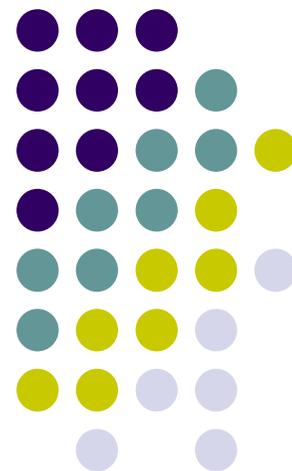


# 用动态法测定金属的杨氏模量

## 【实验目的】

- 学习用动态法测定材料的杨氏模量。
- 正确判别材料的共振峰值。
- 测量不同类型材料的杨氏模量。





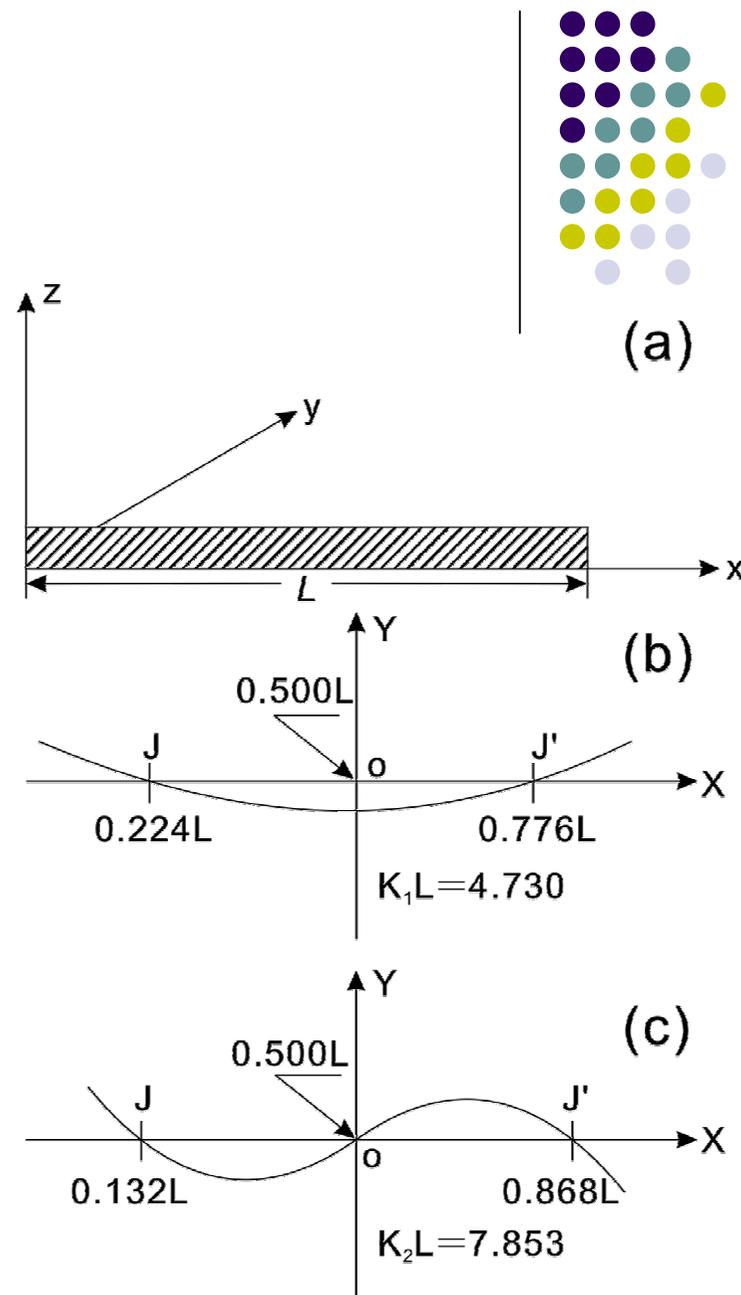
## 【实验原理】

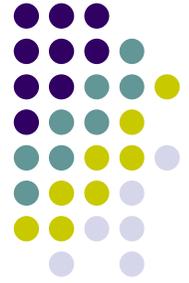
- 一根细棒 ( $d \ll L$ , 如图 (a) 所示) 的横振动满足下列动力学方程:

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \frac{EI}{\rho S} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} = 0$$

该长棒的轴线沿  $x$  方向, 式中  $\eta$  为长棒  $x$  处截面的  $z$  方向的位移,  $E$  为该棒的杨氏模量,  $\rho$  为材料密度,  $S$  为棒的横截面积,  $I$  为某截面的惯性矩。根据边界条件有:  $\cos(KL)ch(KL) = 1$

用数值解法求得的本征值  $K$  和棒长  $L$  应满足:  $K_n L = 0, 4.730, 7.853, 10.996, 14.137 \dots$ 。 $K_0 L = 0$  对应于静止状态,  $K_1 L = 4.730$  对应得振动频率称为基振频率, 振幅分布如图 (b) 所示。 $K_2 L = 7.853$  时对应振幅分布如图 (c) 所示。





该棒的振动频率为：

$$\omega = \left[ \frac{K^4 EI}{\rho S} \right]^{\frac{1}{2}}$$

将 $K_1=4.730/L$ 代入上式，可以得到自由振动的固有频率（基频）：

$$\omega = \left( \frac{4.370^4 EI}{\rho L^4 S} \right)^{\frac{1}{2}}$$

对于直径为 $d$ ，质量为 $m$ 的圆棒，杨氏模量为

$$E = 1.6067 \frac{L^3 m}{d^4} f^2$$

其中频率 $f$ 以Hz为单位，杨氏模量的单位为 $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ 。



## 【实验要求】

- 分别用动态支撑法、悬挂法测不同样品的杨氏模量。
- 试举出至少三种真假共振峰的判别方法，以便确定真正的共振频率。
- 由于样品不能满足 $d \ll L$ ，故计算杨氏模量时应乘上修正系数 $\alpha$ ，根据 $d/L$ 的不同数值和材料的泊松比查表可得到该修正系数。对于黄铜杆， $d=5\text{mm}$ ， $L=200\text{mm}$ ，此时得到 $\alpha = 1.0035$ 。
- 试对测量结果进行误差估计计算，并求出 $\Delta E/E$ 。