

波尔共振实验

振动是物体运动的一种普遍现象。比较生动与直观的机械振动在科研与生活中随处可见。而广义地说物质或物理量在某一数值附近作周期性的变化，都叫做振动。所以活塞的往复机械运动是振动，电磁学领域中空间电场的电场强度随时间作周期性的变化是振动，微观领域中和微观物质的原子运动也是振动。研究振动与受迫振动所导致的共振现象是重要的工程物理现象。在机械制造和建筑工程等科技领域中振动与共振现象既有破坏作用，也有许多实用价值。众多电声器件，是运用共振原理设计制作的。利用核磁共振和顺磁共振研究物质结构是在微观科学领域研究振动的重要手段。而大桥由于共振遭至倒塌是世人尽知的。所以，研究振动与受迫振动是一个很有意义的物理实验项目。

表征受迫振动性质的是受迫振动的振幅-频率特性和相位-频率特性（简称幅频和相频特性）。本实验中，采用波耳共振仪定量测定机械受迫振动的幅频特性和相频特性，并利用频闪方法来测定动态的物理量——相位差。数据处理与误差分析方面内容也较丰富。

[实验目的]

- 1、研究波尔共振仪中摆轮受迫振动的幅频特性和相频特性。
- 2、研究不同阻尼力矩对受迫振动的影响，观察共振现象。
- 3、学习用频闪法测定运动物体的某些量。

[实验原理]

物体在周期外力的持续作用下发生的振动称为受迫振动，这种周期性的外力称为强迫力。如果外力是按简谐振动规律变化，那么稳定状态时的受迫振动也是简谐振动，其振动频率与外力频率相同。此时，振幅保持恒定，振幅的大小与强迫力的频率、原振动系统无阻尼时的固有振动频率、以及阻尼系数有关。在受迫振动状态下，系统除了受到强迫力的作用外，同时还受到回复力和阻尼力的作用。所以在稳定状态时物体的位移、速度变化与强迫力变化不是同相位的，存在一个相位差。（当强迫力频率与系统的固有频率相同时产生共振，此时振幅最大，相位差为 90° 。）

采用波耳共振仪研究与测量自由振动、阻尼振动、受迫振动等的基本物理特性，是十分直观与全面的。

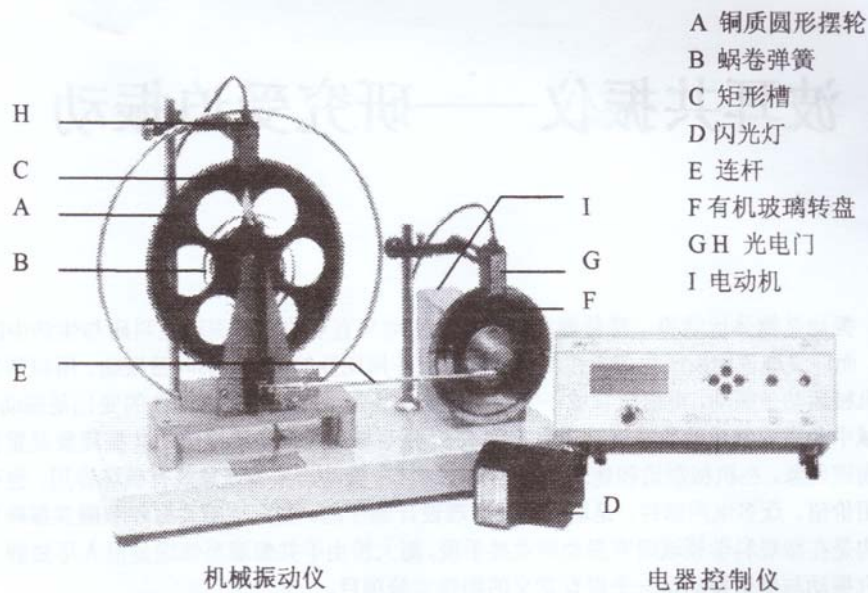


图1 波耳共振仪

实验所采用的波耳共振仪的机械部分外形结构如图1左所示。实验振动系统是一圆形铜质摆轮，它与一蜗卷弹簧连接，弹簧的弹性力矩为 $-k\theta$ ，在弹性力矩作用下摆轮可作自由摆动，在摆轮下方有一对阻尼线圈。当阻尼线圈中通以不同大小的直流电流时，对摆轮摆动产生电磁阻尼，电磁阻尼加空气阻尼总的阻尼力矩为 $-b\frac{d\theta}{dt}$ ，为使摆轮作受迫振动，在摆轮右侧有一电动机，电动机转动时，通过电动机轴上偏心轮，带动连杆E使摆轮作受迫振动，所产生的周期性外力矩 $M=M_0\cos\omega t$ 。（电动机的转速在30-45r/min连续可调）

其运动方程为
$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = -k\theta - b\frac{d\theta}{dt} + M_0\cos\omega t \quad (1)$$

式中， J 为摆轮的转动惯量， ω 为强迫力的圆频率。

令
$$\omega_0^2 = \frac{k}{J}, \quad 2\beta = \frac{b}{J}, \quad m = \frac{M_0}{J}$$

则式(1)变为

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2\beta\frac{d\theta}{dt} + \omega_0^2\theta = m\cos\omega t \quad (2)$$

当 $m\cos\omega t=0$ 时，式(2)为阻尼振动方程，既振动振幅是逐渐减小的。

当 $\beta=0$ ，即在无阻尼情况时式(2)变为简谐振动方程， ω_0 即为系统的固有频率。

方程 (2) 的通解为

$$\theta = \theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + a) + \theta_2 \cos(\omega t + \varphi) \quad (3)$$

由式 (3) 可见, 受迫振动可分成两部分:

第一部分, $\theta_1 e^{-\beta t} \cos(\omega_0 t + a)$ 表示阻尼振动, 经过一定时间后衰减消失。

第二部分, 说明强迫力矩对摆轮做功, 向振动体传送能量, 最后达到一个稳定的振动状态。

$$\text{振幅 } \theta_2 = \frac{m}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}} \quad (4)$$

振动系统与强迫力矩之间的相位差 φ 为

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (5)$$

由式 (4) 和式 (5) 可看出, 振幅 θ_2 与相位差 φ 的数值取决于强迫力矩 m 、频率 ω 、系统的固有频率 ω_0 和阻尼系数 β 四个因素, 而与振动起始状态无关。

由 $\frac{\partial}{\partial \omega} [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2] = 0$ 极值条件可得出, 当强迫力的圆频率 $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$ 时, 产生共振, θ 有极大值, 若共振时圆频率和振幅分别用 ω_r , θ_r 表示, 则

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} \quad (6)$$

$$\theta_r = \frac{m}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} \quad (7)$$

式 (6), (7) 表明, 阻尼系数 β 越小, 共振时圆频率越接近于系统固有频率, 振幅 θ_r 也越大。图 2 表示在不同阻尼 β 时受迫振动的幅频特性和相频特性。

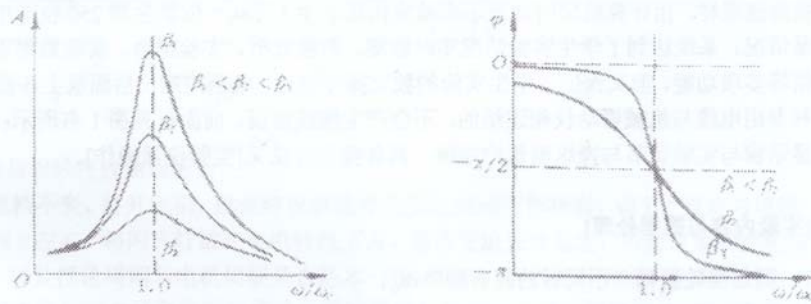


图 2

[实验仪器]

波耳共振仪由机械振动仪与电器控制仪两部分组成（如图 1 所示）。

1、机械振动仪部分：

机械振动仪部分由摆轮转动系统和电机转动系统两部分组成。

摆轮转动系统：由铜质圆形摆轮 A 安装在机架上，蜗卷弹簧 B 的一端与摆轮 A 的轴相联，另一端可以固定在机架支柱上。摆轮在弹簧弹性力的作用下，可绕轴自由往复摆动。在摆轮的外圈有 180 个等间距矩型槽，这是摆轮转动时振幅信号码。在摆轮上方有一光电门装置 H，它实际上由上、下两个光电门组成。当摆轮处静止平衡状态时，光电门对准的矩型槽 C 比其它 179 个矩型槽长出许多。该长型槽是摆轮转动时周期信号码，它对准了下光电门。光电门与电气控制箱相联接，用上光电门来测量摆轮转动时的振幅（即摆轮转过的角度值），下光电门测量的是摆轮转动的周期。在机架下方有一对带有铁芯的线圈 K，摆轮 A 恰巧嵌在线圈的空隙。利用电磁感应原理，当线圈中通过电流后，摆轮受到一个电磁阻尼力的作用。改变电流的数值即可使阻尼大小相应变化。

电机转动系统：为使摆轮 A 作受迫振动，在摆轮右侧有一电机 I，电机的转速在实验范围（35~42 转/分）内连续可调，由于电路中采用特殊稳速装置、电机采用惯性很小的特种电机，所以转速极为稳定。电机转动时，由轴上偏心轮，带动连杆 E 使摆轮作受迫振动。在电机轴上装有带刻线的有机玻璃转盘 F，转盘上装有两个位于一条直线上的挡光杆。转盘与挡光杆随电动机一起转动。有机玻璃转盘的上方也有一个光电门 G，此光电门测量的是电机转动时的转动周期，也即强迫力周期。在有机玻璃转盘的下方放置一个闪光灯，闪光灯受摆轮上方的下光电门控制。即摆轮长型槽每经过光电门时，闪光一次。也就是说，闪光灯总是在摆轮平衡位置经过光电门时闪光。在受迫振动稳定情况下，每次闪光照射在有机玻璃转盘的挡光杆上，挡光杆好像一直“停在”某一刻度处，这一现象称为频闪法。读出闪光位置的刻度值就是摆轮系统与电动机转动之间的相位差。闪光灯闪光的次数是有限的，为了延长闪光灯的寿命，需当受迫振动稳定后才打开闪光灯开关。

2、电器控制仪：本实验系统是智能型网络系统。该系统采用先进的通信技术与计算机技术，使实验在学生进行的同时，实验室内所有的波耳共振电器控制仪通过通信口与一台计算机连接高速采样，由计算机实时地显示实验室内每学生（可从一位学生到 250 位学生）的实验测量情况。系统达到了学生实验情况实时监测、智能分析、实验拟合、实验数据管理、资料总结等多项功能，但又保证了学生实验的独立操作进行。电器控制仪后面板上各插孔是通过各种专用电缆与机械振动仪相联结的，不会产生接线错误。前面板见图 1 右所示：主要是数字显示窗与实验调节与操纵测量控制键。具体操作方法见[实验仪器操作]。

[实验内容与数据处理]

1. 测定摆轮振幅 θ 不同时的固有频率 ω_0 ：

一般认为，一个弹簧的弹性系数 k 应为常数，与弹簧扭转的角度无关。实际上，由于制造工艺及材料性能的影响， k 值随着弹簧转角的变化而略有微小的变化（3%左右），因而造成在不同振幅时系统的固有频率 ω_0 有变化。如果取平均值，在计算相位差理论值 φ_m 时，

引起误差。所以可测出摆轮不同振幅时相应的固有周期 T_0 ，再计算出固有频率 ω_0 值。在计

算 φ_m 时, 频率 ω_0 则应根据不同振幅的不同 ω_0 数值代入, 这样可使系统误差明显减小。

摆轮不同振幅相应的频率 ω_0 测量方法如下: 仪器选择自由振荡, 有机玻璃转盘挡光杆置水平位置, 然后用手将摆轮转到振幅较大处 (约 $\theta \geq 160$), 然后放手的同时按测量开关, 此时摆轮作振幅衰减振动, 仪器快速地记录下每一次周期值 T_0 变化时相应的振幅值 θ 。等待振幅 θ 衰减至 50 以下实验测量自动停止, 实验者可通过“回查”将刚才的实验数据记录下来, 并自己列表、计算 ω_0 。

2. 测定阻尼系数 β :

选择好实验的阻尼档及阻尼系数测量, 通过测定振动的振幅衰减过程, 就可用对数逐差法确定阻尼系数 β 。阻尼振动时振幅衰减按指数规律变化: $\theta = \theta_0 e^{-\beta t}$ 。通过“回查”在电控仪显示窗读出摆轮作阻尼振动时的振幅值 $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_n$ 。并逐一填入表 1, 然后根据公

式 $\ln \frac{\theta_0 e^{-\beta t}}{\theta_0 e^{-\beta(t+nT)}} = n\beta T = \ln \frac{\theta_0}{\theta_n}$ 求出 β 值, 式中 n 为阻尼振动的周期次数, 即 θ_n 为第 n 次

振动时的振幅, T 为阻尼振动测得 10 个周期后的平均值。

进行本实验内容时, 同样, 有机玻璃转盘上的挡光杆应放在水平位置。

表 1:

振幅 (度)		振幅 (度)		$\ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}}$
θ_0		θ_5		
θ_1		θ_6		
θ_2		θ_7		
θ_3		θ_8		
θ_4		θ_9		
				平均值

$$10T = \quad, \quad T = \quad \quad 5\beta T = \ln \frac{\theta_i}{\theta_{i+5}} = \quad \quad \beta = \quad$$

3. 幅频特性与相频特性曲线测定:

阻尼电流档不变。打开电机, 就是将仪器选择在受迫振动工作状态。调节“强迫力周期”旋钮约在 4 到 6 左右, 将闪光灯放在电机转盘下方。等待受迫振动稳定: 可通过观察摆轮振幅是否不变, 以及摆轮周期与电机周期是否基本一致。然后打开闪光灯开关, 在电机转盘上观察转动的挡光杆被闪光灯照亮的位置就是受迫振动与策动力之间的相位差 φ 。每一个稳定的受迫振动应测量其振幅 θ 、周期 $10T$ 、位相差 φ 三个物理量。最好第一个测量的稳定受迫振动位相差出现在 30 度或者 150 度左右。这样可以在测完第一个稳定的受迫振动后, 让“强迫力周期”旋钮朝一个方向有序并逐个调节, 测量完整的受迫振动曲线。实验时, 应缓慢改变电机的转速, 即改变强迫力周期, 每调节改变策动力周期后, 都需等受迫振动稳定, 才能测量受迫振动的振幅、周期与相应的相位差。在共振点 (相位差约在 90 度) 附近, 调节更

应缓慢，尽可能测到共振时振幅最大值位置。实验测量的相位差范围一般在 30-150 度之间，测量数据应在 15 组以上。数据记录见表 2。

因为本仪器中采用石英晶体作为计时部件，所以测量周期（圆频率）的误差可以忽略不计，误差主要来自阻尼系数 β 的测定和系统的固有振动频率 ω_0 的确定。且后者对实验结果影响较大，实验内容 1 的测量结果对此作修正，所以表 2 中的 ω_0 应根据自由振动测量的不同振幅不同 ω_0 代入。表中 θ_r 是共振点的振幅值。

表 2 幅频特性和相频特性测量数据记录表： 阻尼电流选择位置

10T (s)	$\omega = \frac{2\pi}{T} (s^{-1})$	相位差测量值 $\varphi (^\circ)$	$\theta (^\circ)$	$(\frac{\theta}{\theta_r})^2$	ω/ω_0	相位差理论值 $\varphi_m = 1g^{-1} \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

作幅频特性 $(\theta/\theta_r)^2 - \omega/\omega_0$ 曲线，从图中也可求阻尼系数 β 值。在阻尼系数较小（满足 $\beta^2 \ll \omega_0^2$ ）和共振位置附近（ $\omega = \omega_0$ ），由于 $\omega_0 + \omega = 2\omega_0$ ，从式（4）和式（7）可得出：

$$\left(\frac{\theta}{\theta_r}\right)^2 = \frac{4\beta^2\omega_0^2}{4\omega_0^2(\omega - \omega_0)^2 + 4\beta^2\omega_0^2} = \frac{\beta^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \beta^2}$$

当 $\theta = \frac{1}{\sqrt{2}}\theta_r$ ，即 $(\frac{\theta}{\theta_r})^2 = \frac{1}{2}$ 时，由上式可得

$$\omega - \omega_0 = \pm\beta$$

此 ω 对应于图 $(\frac{\theta}{\theta_r})^2 = \frac{1}{2}$ 处两个值 ω_1, ω_2 。由此得出

$$\beta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2}$$

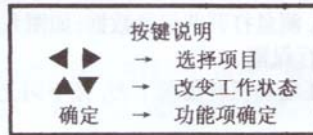
[实验仪器操作]

一、开机介绍

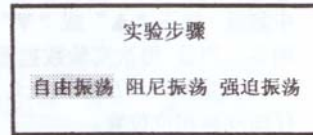
按下控制箱电源开关几秒钟后,屏幕上如图一所示: NO. 00001 为控制箱与主机相连的编号。过几秒钟后屏幕上显示如图二“按键说明”字样。符号“◀”为向左移动;“▶”为向右移动;“▲”为向上移动;“▼”向下移动。



图一



图二

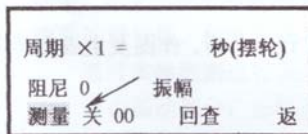


图三

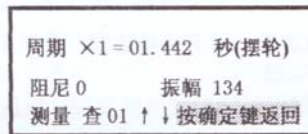
二、自由振荡

在图二状态按确认键,显示图三所示的实验类型,默认选中项为自由振荡,字体反白为选中。(注意做实验前必须先做自由振荡,其目的是测量摆轮的振幅和固有振动周期的关系。)再按确认键显示:如图四,用手转动摆轮 160 度左右,放开手后按“▲”或“▼”键,测量状态由“关”变为“开”,控制箱开始记录实验数据,振幅的有效数值范围为:160-50(振幅小于 160 测量开,小于 50 测量自动关闭)。测量显示关时,此时数据已保存并发送主机。

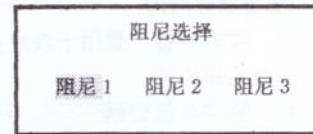
查取实验数据,可按“◀”或“▶”键,选中回查,再按确认键如图五所示,表示第一次记录的振幅为 134,对应的周期为 1.442 秒,然后按“▲”或“▼”键查看所有记录的数据,该数据为每次测量振幅相对应的周期数值,回查完毕,按确认键,返回到图四状态,若进行多次测量可重复操作,自由振荡完成后,选中返回,按确认键回到前面图三进行其它实验。



图四



图五

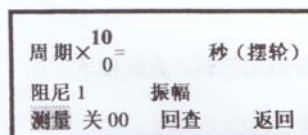


图六

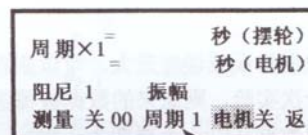
三、阻尼振荡

在图三状态下,根据实验要求,按“▶”键,选中阻尼振荡,按确认键显示阻尼:如图六。阻尼分三个档次,阻尼 1 最小,根据自己实验要求选择阻尼挡,例如选择阻尼 1 档,按确认键显示:如图七,用手转动摆轮 160 度左右,放手同时按“▲”或“▼”键,测量由“关”变为“开”并记录数据,仪器记录十组数据后,测量自动关闭,此时振幅大小还在变化,但仪器已经停止记数。

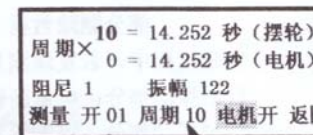
阻尼振荡的数据回查同自由振荡类似,请参照上面操作。若改变阻尼档测量,测量重复以上操作步骤即可。



图七



图八



图九

四、强迫振荡

仪器在图三状态下,选中强迫振荡,按确认键显示:如图八,(注意:在进行强迫振荡前必须选择一定的阻尼档,否则无法做实验。)默认状态选中电机,按“▲”或“▼”键,电机启动。但不能立即进行实验,因为此时摆轮和电机的周期还不稳定,待稳定后即周期相同时,再开始测量。测量前应该先选中周期,按“▲”或“▼”键把周期由1(如图八)改为10(如图九),(目的是为了减少误差,若不改周期,测量无法打开)。待摆轮和电机的周期稳定后,再选中测量,按下“▲”或“▼”键,测量打开并记录数据:如图九。可进行同一阻尼下不同振幅的多次测量,每次实验数据都进行保留。

测量相位时应把闪光灯放在电动机转盘前下方,按下闪光灯按钮,根据频闪现象来测量,仔细观察相位位置。

强迫振荡测量完毕,按“◀”或“▶”键,选中返回,按确定键,重新回到图三状态。

五、关机

在图三状态下,按下复位按钮,此时,所做实验数据全部清除(注意实验过程中不要误操作复位按钮,在实验过程中如果操作错误要清除数据,可按此按钮),然后按下电源按钮,结束实验。

实验注意事项:

1. 不要将摆轮随意摆动。
2. 摆轮转动幅度不要超过 170 度。