

实验 3-8 交流电路的谐振

作业 1, 2

【实验目的】

1. 观察交流电路的串并联谐振现象,理解其实质,明确谐振条件和提高 Q 值的途径。
2. 学会测 $I-\omega$ 曲线。
3. 学会用谐振法测电容。
4. 学会使用正弦信号发生器、晶体管毫伏计和它们的“共地”等。

3-8-1 LCR 串联电路的谐振观测和分析

【实验原理】

在如图 3-8-1 所示的 LCR 串联电路中,LCR 的串联总阻抗的复数为

$$\bar{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

式中: $R = R' + r_L + r_C$, 其中 r_L 表示电感器的串联等效损耗电阻, r_C 表示电容器的损耗电阻(其值甚小可忽略), R' 为电阻器的阻值。

设 \tilde{U} 为正弦交流电源端电压的有效值复数, 则电流有效值的复数值应为

$$\bar{I} = \frac{\tilde{U}}{\bar{Z}}$$

那么, \bar{I} 的模为

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (3-8-1)$$

I 与 U 的相位差为

$$\varphi = \arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \quad (3-8-2)$$

一、 $I-\omega$ 曲线和 $\varphi-\omega$ 曲线

由(3-8-1)式可知, 当 U 值保持一定时, I 值随圆频率 ω 变化而变化, 其函数曲线如

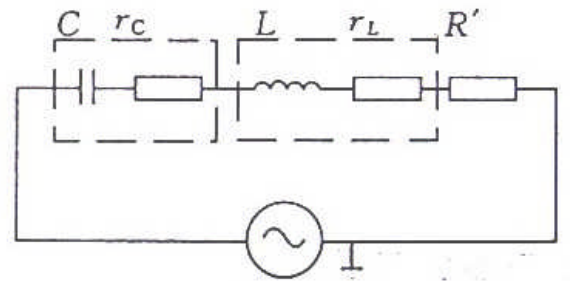


图 3-8-1

图 3-8-2 所示。我们把 $I-\omega$ 曲线称为 I 的幅频特性曲线或谐振曲线。同样,把(3-8-2)式的曲线 $\varphi-\omega$ 称为相频特性曲线。其曲线见图 3-8-3。

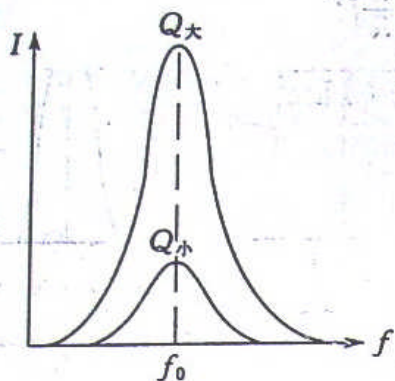


图 3-8-2

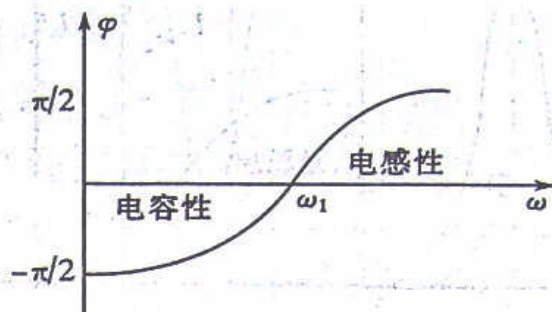


图 3-8-3

二、谐振及谐振时的种种关系

当电路参数满足条件

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

即容抗正好等于感抗,因而正好相互抵消,总阻抗中的电抗为零时, $\varphi = 0$, I 出现极大值。我们把电路的这种状态(电源信号的 ω 与电路的 L 、 C 值三者正好“和谐”)称为串联谐振。串联电路谐振时,有下列一些特性:

1. 谐振频率

由 $\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$

得 $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

把此时的 ω 记为 ω_0 ,而谐振频率

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3-8-3)$$

2. 谐振时的总阻抗

$$Z_{\min} = R$$

即此时总阻抗只是电阻,是阻抗的极小值。

3. 谐振时的电流

$$I_{\max} = \frac{U}{R}$$

它是 I 的极大值。

4. 谐振电路的 Q 值

谐振电路的 Q 值定义为电路中任一电抗器的谐振电抗与总电阻的比值。即

$$Q = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3-8-4)$$

5. 谐振时的电压

此时电阻器、电感器、电容器上的电压分别为

$$U_{R'} = (U_{R'})_{\max} = I_{\max} \cdot R' = \frac{U}{R} R' \quad (3-8-5)$$

$$\begin{aligned} U_{L_L} &= (U_{L_L})_{\max} = I_{\max} \cdot \sqrt{r_L^2 + (\omega L)^2} \\ &\approx I_{\max} \cdot \omega L = \frac{U}{R} \omega L = QU \end{aligned} \quad (3-8-6)$$

$$\begin{aligned} U_{G_C} &= (U_{G_C})_{\max} = I_{\max} \cdot \sqrt{r_C^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} \\ &\approx I_{\max} \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{R} \cdot \frac{1}{\omega C} = QU \end{aligned} \quad (3-8-7)$$

由于 $Q \gg 1$, 因此 $U_C = U_L = QU \gg U$, 故称串联谐振为电压谐振。

三、Q 值的意义和提高 Q 值的途径

串联谐振电路的 Q 值表明三方面的意义:

1. 表明谐振时电抗器件上的电压为总电压的倍数。

2. 表明谐振电路允许不同频率信号通过时选择性的好坏程度(见图 3-8-4)。谐振电路的通频带宽度为 $f_2 - f_1$ 。可以证得 $f_2 - f_1$ 、Q 值、 f_0 三者的关系为

$$f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q} \quad (3-8-8)$$

由此关系知, 要使谐振电路的选择性好, 即减小通频带宽度, 就得增大 Q 值。

3. 表明谐振电路储蓄能量的效率。Q 值大, 其效率高。

由 Q 值所表明的上述三种意义都可得出, 在一般情况下, 提高电路 Q 值是有实际价值的。

由(3-8-4)式知, 一旦电路参数 L 、 C 、 R 值确定后, 电路的 Q 值也就随之确定了。该式还指明了提高 Q 值有三种途径。

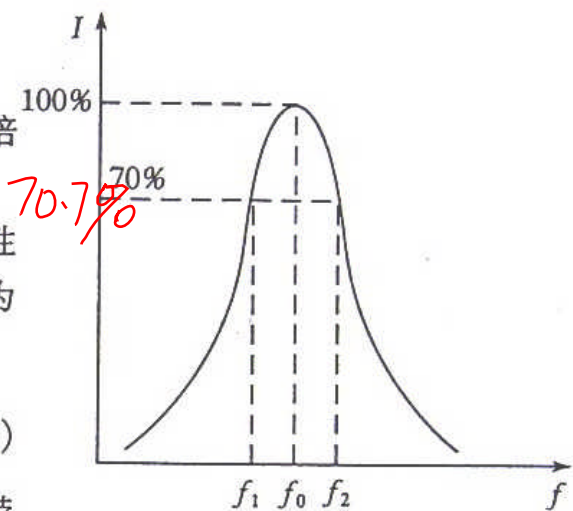


图 3-8-4

【实验电路和仪器说明】

实验电路如图 3-8-1 所示。L 和 r_L 为电感器、C 和 r_C 为电容器, 二者均画成串联等效电路。R' 为电阻器, 作“取样”电阻, 以间接测量 $I(U_{R'}/R')$ 的值。⊙是正弦信号发生器。实验时, 只有一个 (\overline{mV}) , 用来先后测量 $U_{R'}$ 、 U_C 值。电路中四者(⊙、C、L、R')要如此顺序串联, 为的是在 (\overline{mV}) 先后测 $U_{R'}$ 和 U_C 时, 便于实现 (\overline{mV}) 的“⊥”与 ⊙的“⊥”同电位, 以避免分布电容明显减小 f_0 值。

⊙工作时, 输出一个频率可调、电压也可调的正弦电压, 仪器上电压指示的是它的输出

【内容与步骤】

一、测 $R' = 30 \Omega$ 时的 $I-f$ 曲线

采用测已知电阻 R' 上的电压 $U_{R'}$ 的方法来测量 I 。测曲线过程中, (\overline{mV}) 应始终与 R' 相并联。与各 $U_{R'}$ 值对应的 f 值直接从 \ominus 上读出。

由于 \ominus 的输出阻抗(内阻抗)不能忽略, 其输出端电压随其负载阻抗值的变化而变化, 因此, 每次另选好一个 f 值时, 都必须调 \ominus 的“输出调节”旋钮, 使输出电压 U 保持一定, 取 $U \equiv 3.0 \text{ V}$ 。

具体步骤如下:

第一步: 寻找并测出 f_0 及其对应的 $(U_{R'})_{\max}$ 值。

1. 取 $L = 0.08000 \text{ H}$, $C = 0.0032 \times 10^{-6} \text{ F}$, 并估算出 f_0 的理论值 f_{0t} 。

2. 分析图 3-8-3, 可得寻找 f_0 的实验方法:

(1) 在远离 f_0 处, 当增大 f 时

若 $U_{R'}$ 跟着增大, 则 f_0 应在 f 值继续增大的方向上;

若 $U_{R'}$ 随着减小, 则 f_0 应在 f 值减小的方向上。

(2) 在 $f_1 < f < f_2$ 区间内, 增大(或减小) f 会使 $U_{R'}$ 增大直至 $U_{R'}$ 出现极大值。

当找到 f_0 的实验值 f_{0P} 后, 调节 U , 使 $U = 3.0 \text{ V}$, 然后测出相应的 $(U_{R'})_{\max}$ 值。

第二步: 测量 f_1 和 f_2 的实验值 [其 $U_{R'} = 0.71(U_{R'})_{\max}$] = $\frac{\sqrt{2}}{2}(U_{R'})_{\max}$

第三步: 测量 $f < f_1$ 区间的曲线。

所取 f 值如下: $f_1 - f$ 值分别为 $0.1, 0.25, 0.50, 1.00, 2.00, 5.00 \text{ kHz}$, 并测出对应的 $U_{R'}$ 值。

第四步: 测量 $f > f_2$ 区间的曲线, 所取 f 与第三步的 f 对称于 f_0 。

第五步: 按画曲线的要求, 在坐标纸上作出 $I-f$ 实验曲线。

二、观测 Q 值与 R 值的关系

1. 在 $R' = 30 \Omega$ 的条件下测量 U_C , 计算 Q 值。

将 (\overline{mV}) 改接为测 U_C 的位置 (注意: 应交换总负载的两端线在 \ominus 输出端上的位置, 以便使 (\overline{mV}) 的“ \perp ”仍然与 \ominus 的“ \perp ”同电位)。在 f_{0P} 附近调 f , 使 U_C 出现极大值, 记下此 f_{0C} ;

然后调 U 为 3.0 V , 测出此时的 $(U_C)_{\max}$, 并算出 Q 值。

2. 在 $R' = 130 \Omega$ 的条件下测 U_C , 计算 Q 值。

3. 取 $R' = 0.0 \Omega$, 测出 U_C 和 Q 值。

4. 找出使 $Q \leq 1$ 的 R' 值的范围 (此时 $f = f_{0C}$)

三、观测 f_0 、 Q 与 C 的关系

L 值不变, 在 $R' = 30 \Omega$ 的条件下将 C 值增大一倍, 即 $C = 0.0064 \times 10^{-6} \text{ F}$, 然后测出相

非常关键

你一定会出错的

应的 f_0 、 Q 值,并与(二)测得的相应值相比较。

3-8-2 R、L、C 并联谐振的观测和分析

【实验原理】

在如图 3-8-5 所示的电感电容并联谐振电路中(设电容器的损耗电阻可忽略, r_L 是电感器的串联等效损耗电阻),其谐振电路总阻抗的复数值的倒数为:

$$\frac{1}{\bar{Z}} = \frac{1}{r_L + j\omega L} + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\bar{Z} = \frac{(r_L + j\omega L)\left(\frac{1}{j\omega C}\right)}{r_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \quad (3-8-9)$$

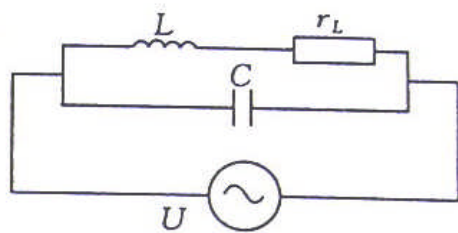


图 3-8-5

一、 Z - ω 曲线和 φ - ω 曲线

因 $Q = \frac{\omega L}{r_L} \gg 1$,所以在谐振频率 f_0 附近应有 $\omega L \gg r_L$,

故

$$\bar{Z} \approx \frac{L/C}{r_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

于是 \bar{Z} 的模及相角分别为

$$Z \approx \frac{L/C}{\sqrt{r_L^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (3-8-10)$$

$$\varphi \approx -\arctan \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r_L} \quad (3-8-11)$$

比较(3-8-10)、(3-8-1)式可知,在 f_0 附近,并联谐振电路的阻抗模随 f 变化的函数曲线形状和串联谐振电路的很相似。而并联和串联两者的 φ - f 曲线亦很相似,彼此间只有一个正负号差别,因而曲线以横轴 f 为对称轴对称分布。

二、谐振及谐振时的种种关系

同串联谐振一样,当并联电路的总阻抗呈现纯电阻(即电抗部分为零, $\varphi = 0$)时,此时电路状态称为并联谐振。并联谐振电路有如下一些特性:

1. 谐振频率和 Q 值

由(3-8-10)、(3-8-11)式知:当

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0$$

时,出现并联谐振。

由此可知,同样的 L 、 C 所组成的串联电路和并联电路,其并联谐振频率近似等于串联谐振频率。

并联谐振的准确谐振频率究竟为多大,这可以从(3-8-9)式导出:

$$\bar{Z} = \frac{L}{r_L C} \cdot \frac{1 - j \frac{r_L}{\omega L}}{1 + j \left(\frac{\omega L}{r_L} - \frac{1}{\omega C r_L} \right)} \quad (3-8-12)$$

只有 \bar{Z} 是实数时才产生谐振,于是可得

$$\omega'_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r_L^2}{L^2}} \quad (3-8-13)$$

ω'_0 与串联谐振圆频率的 ω_0 间的关系为

$$\omega'_0 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{Q^2}} \quad (3-8-14)$$

式中: Q 的定义和串联谐振时的一样,其值表达式也一样。

从(3-8-14)式可以看到 ω'_0 与 ω_0 近似相等的程度。例如,当 $Q = 10$ 时,算得 ω'_0 较 ω_0 仅低约 0.5%。

对并联谐振,亦有 $f_2 - f_1 = \frac{f_0}{Q}$ 。

2. 谐振时的总阻抗

$$Z'_{\omega_0} = \frac{L}{r_L C} = Q^2 r_L \quad (3-8-15)$$

3. 谐振时的电流

在 U 一定的情况下,由于谐振时的总阻抗是极大值,所以谐振时总电流是极小值。这时,它与分支电流的关系为

$$QI = I_L = I_C \quad (3-8-16)$$

故并联谐振又可称为电流谐振。

【内容与步骤】

所用电路如图 3-8-6 所示。

式中: $R' = 5 \text{ k}\Omega$ 是专为测量 I - f 曲线的 I 值而设置的。

1. 测作 I - f 曲线

其具体做法、步骤自行思考。测作时, \ominus 的输出电压 U_0 保持一定,取 $U_0 = 4.0 \text{ V}$,谐振时 U' 出现极小值。

2. 测 Q 值

由于 $Q \approx \frac{I_C}{I} = \frac{U / \frac{1}{\omega_0 C}}{U'_{\min} / R'} = \omega_0 C R' U / U'_{\min}$,故调节

ω 使 R' 上的电压 U' 正好为极小值 U'_{\min} 时(此时 $\omega = \omega_0$),代入各值便可算出 Q 值。

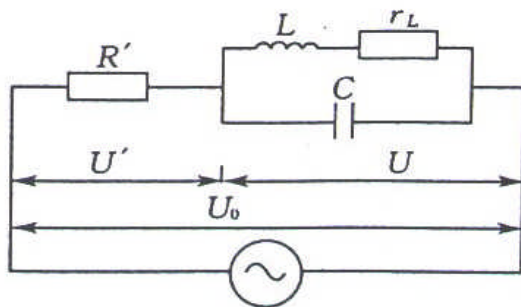


图 3-8-6

3. 用并联谐振法测 C_x (选做)

图 3-8-6 的 LC 回路调至谐振后(设此时 $C = C_1$), 将待测电容 C_x 并联在十进式电容箱 C 上, 在保持 ω_0 不变的情况下, 减小 C 的值, 若 $C = C_2$ 时回路再次谐振, 则必有 $C_1 = C_2 + C_x$ 。于是, $C_x = C_1 - C_2$ 便可测出。

【思考题】

1. 分析图 3-8-3, 回答下面问题: 在寻找 f_0 的过程中, 当减小 f 时, 若 U_R 值跟着减小, 那么 f_0 比现在的频率大还是小?

2. 叙述并解释: 当电源频率高于或低于电路的谐振频率时, LCR 串联电路和并联电路各呈现什么性质(电容性还是电感性)。

3. 现有一含有多种频率成分电源 u_i , 其内阻为 r , 想利用串联谐振原理去掉某 f_0 频率成分(陷波), 如图 3-8-7 所示, 问 LC 的数值应满足什么要求? r 的数值适当大些还是小些对这种陷波作用有利?

4. 现有一含有多种频率成分电源 u_i , 其内阻为 r , 想利用并联谐振原理取出某 f_0 频率成分(选频), 如图 3-8-8 所示, 问 LC 的数值应满足什么要求? r 的数值适当大些还是小些对这种选频作用有利?

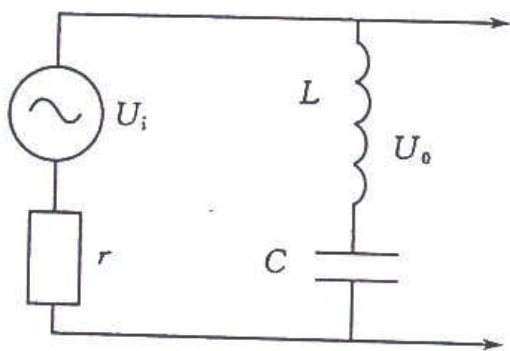


图 3-8-7

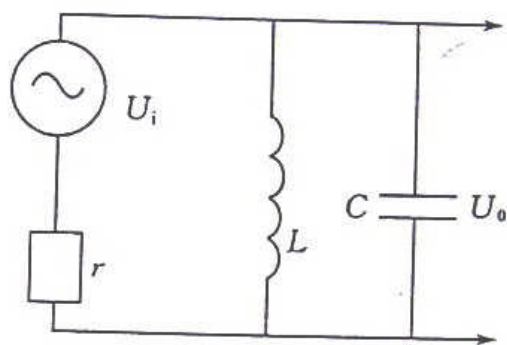


图 3-8-8

【习题】

1. 据实验 3-8-1 内容与步骤 1 中第一步的测得值, 运用(3-8-5)式算出 R 和 $r_L + r_C$ 的值。

2. (填空题) LC(无 R') 电路串联谐振时, 其电路的总阻抗呈现 _____ 值, $Z_{\omega_0} =$ _____, 因而电路的电流呈现最 _____ 值, 出现 $U_C = U_L = QU$ 的电 _____ 谐振现象。LC 电路并联谐振时, 其电路的总阻抗接近最 _____ 值 ($Z_{\omega_0} \approx Z_{\omega'_0} =$ _____), 因而电路的电流呈现最 _____ 值, 便出现 $I_C \approx I_L = QI$ 的电 _____ 谐振现象。

3. (填空题) 见图 3-8-9, 接收机的 LC 输入回路是 _____ 联 _____ 谐振电路。当调节回路中的 _____ 的值, 使回路的固有频率 f_0 正好等于欲接收信号的频率 f 时, 在 L 中的此信号电流出现 _____ 值, 因而耦合到副线圈 L' 上该信号电压出现 _____ 值。

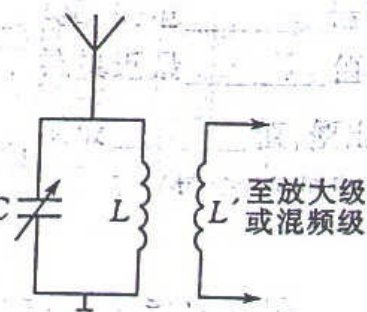


图 3-8-9