

实验 3.10 RLC 电路的暂态特性

在阶跃电压作用下, RLC 电路由一个平衡态跳变到另一个平衡态, 这一转变过程称为暂态过程。在此期间电路中的电流及电容、电感上的电压呈现出规律性的变化, 称为暂态特性。暂态过程研究不仅牵涉到物理学的许多领域, 还在电子技术中的电路分析、信号系统中有广泛的应用。 RLC 电路的暂态特性在实际工作中也十分重要, 例如在脉冲电路中经常遇到元件的开关特性和电容充放电的问题, 在电子技术中常利用暂态特性来改善波形。本实验主要研究 RC 、 RL 及 RLC 电路的暂态特性。

【实验目的】

1. 观测 RC 、 RL 及 RLC 电路的暂(瞬)态过程, 加深对电容、电感特性的认识和对时间常数 RC 、 $\frac{L}{R}$ 、 $\frac{2L}{R}$ 的理解。
2. 分别观测 RLC 串联电路三种阻尼暂态过程, 掌握其形成和转化条件。
3. 学会用数字存储示波器观测暂态过程。

【仪器用具】

低频信号发生器(使用其中方波信号)、示波器、电感器、电容器及交流电阻箱。

【实验原理】

电压由一个值跳变到另一个值时称为“阶跃电压”, 如图 3.10.1 所示。如果电路中包含有电容、电感等元件, 则在阶跃电压的作用下, 电路状态的变化通常经过一定的时间才能稳定下来。电路在阶跃电压的作用下, 从开始发生变化到变为另一种稳定状态的过渡过程称为“暂态过程”。这一过程主要由电容、电感的特性所决定。

1. RC 串联电路的暂态过程

RC 电路暂态过程可以分为充电过程和放电过程, 首先研究充电过程。

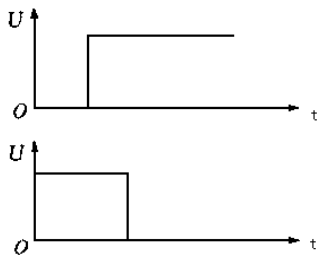


图 3.10.1

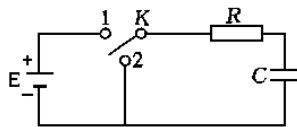


图 3.10.2

图 3.10.2 为研究 RC 暂态过程的电路。当开关 K 接到“1”点时, 电源 E 通过电阻 R 对 C 充电, 此充电过程满足如下方程

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \quad (3.10.1)$$

式中, q 是电容 C 上的电荷, $\frac{dq}{dt}$ 是电路中的电流。考虑初始条件 $t=0$, $q_0=0$, 便得到它的解为

$$q = CE(1 - e^{-t/RC}) \quad (3.10.2)$$

因有

$$u_C = \frac{q}{C} = E(1 - e^{-t/RC}) \quad (3.10.3) \quad (3-11-3)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{E}{R} e^{-t/RC} \quad (3.10.4) \quad (3-11-4)$$

$$u_R = R i = E e^{-t/RC} \quad (3.10.5) \quad (3-11-5)$$

以上四式都是指数形式，我们只需观测电容电压 u_C 随时间的变化规律，就可以了解其余三个量随时间的变化规律。其中 $RC = \tau$ 称为电路的时间常数。充电和放电的快慢由 τ 决定。由 (3.10.3) 式可得，当 $t = \tau$ 时， $u_C = 0.632E$ 。

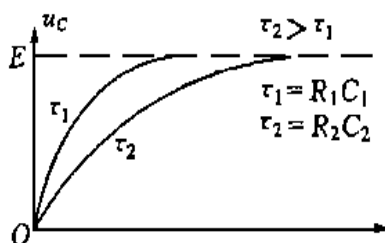


图 3.10.3

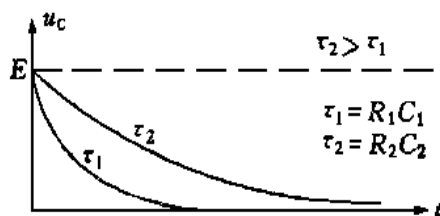


图 3.10.4

充电过程的 $u_C(t)$ 曲线如图 3.10.3 所示，由图可见： τ 越大，充电过程越慢。其原因是不难理解的。

当增大到 E 时，电路即达到了稳定状态，此后若将图 3.10.2 中的开关 K 由“1”点迅速转接到“2”点，则电容 C 将通过 R 放电，此放电过程的微分方程为

$$R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (3.10.6)$$

考虑初始条件 $t=0$ 时， $q_0 = CE$ ，于是得到它的解

$$q = CE e^{-t/RC} \quad (3.10.7)$$

因有

$$u_C = \frac{q}{C} = E e^{-t/RC} \quad (3.10.8)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-t/RC} \quad (3.10.9)$$

$$u_R = R i = -E e^{-t/RC} \quad (3.10.10)$$

其中 i 与 u_R 两等式右边的负号表示放电电流方向与充电电流方向相反。由公式可知放电过程也是按指数形式变化的。当 $t = \tau$ 时， $u_C = 0.368E$ 。 u_C 随 t 的变化关系如图 3.10.4 所示。

2. RL 电路的暂态过程

RL 电路的暂态过程分为电流增长和衰减两个过程。图 3.10.5 就是实现这两个过程的电

路图。

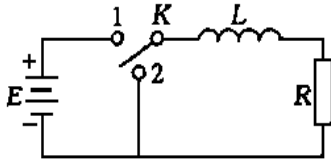


图 3.10.5

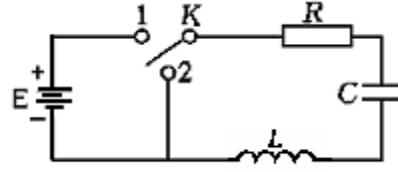


图 3.10.6

当开关 K 接到“1”时，为电流增长过程。设 t 时刻的电流为 i ，电感 L 上的感应电动势为 $\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$ ，则有电路方程

$$L \frac{di}{dt} + Ri = E \quad (3.10.11)$$

由于 L 的影响，电流不能突变。因此初始条件为 $t=0$ 时， $i=0$ 。方程的解为：

$$i = \frac{E}{R} (1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (3.10.12)$$

因而有

$$u_R = Ri = E(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \quad (3.10.13)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = Ee^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.10.14)$$

式中： $\frac{L}{R} = \tau$ 称为电路时间常数。

当电流 i 增长到最大值 $i_m = \frac{E}{R}$ 时，电路进入稳定状态。此时若将开关 K 由“1”迅速接到“2”，则为电流衰减过程，其电路方程为

$$L \frac{di}{dt} + Ri = 0 \quad (3.10.15)$$

考虑初始条件 $t=0$ 时， $i = \frac{E}{R}$ ，得到它的解为

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.10.16)$$

因而有

$$u_R = Ri = Ee^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.10.17)$$

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -Ee^{-\frac{R}{L}t} \quad (3.10.18)$$

(3.10.18) 式右边的负号表示电流衰减时 L 上的自感电动势与电流的方向相反，其时间常数

仍为 $\frac{L}{R} = \tau$ 。

若将 RL 电路与 RC 电路的解作比较，可以看出：两者的电流、电压都同样按指数规律变化。

观察 RL 电路中 R 上的电压 u_R 的变化，就像观测 RC 电路的 u_C 变化一样，此时 u_R 反映了 L 所储存的能量状态。

3. RLC 串联电路的暂态过程

研究 RLC 串联电路的暂态过程可用图 3.10.6 所示的电路，它也可分为充电过程和放电过程。为讨论方便，首先分析放电过程。

设开关 K 已接在“1”并使电路达到稳定状态，此时电容的电压 $u_C = E$ 。现将开关 K 迅速由“1”转到“2”，电容 C 将通过 L 和 R 放电，其方程为

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \quad (3.10.19)$$

式中： $\frac{d^2 q}{dt^2} = \frac{di}{dt}$ 是电流随时间的变化率，它的初始条件为 $t_1 = 0, q_0 = CE, i_0 = \frac{dq}{dt} \big|_{t=0} = 0$ ，

此方程的求解可分以下三种情况讨论：

1) 当 $R^2 < 4L/C$ 时，方程 (3.10.19) 的解为

$$q(t) = CE e^{-\frac{t}{\tau}} \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.10.20)$$

其图形如图 3.10.7 中的曲线 I。图中振幅衰减的时间常数 $\frac{2L}{R} = \tau$ ，振荡的圆频率为

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}} \quad (3.10.21)$$

此解表明：电路中电容器放电所余的瞬间电量 q 以欠阻尼振荡暂态过程趋于稳态（即 $q=0$ ）。

2) 当 $R^2 > 4L/C$ 时，此方程的解为

$$q(t) = CE e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ch}(\omega t + \phi) \quad (3.10.22)$$

式中：

$$\tau = \frac{2L}{R}, \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{R^2 C}{4L} - 1} \quad (3.10.23)$$

由于双曲余弦函数与余弦函数具有完全不同的性质，因而尽管 (3.10.22) 式与 (3.10.20) 式在形式上相同，但 (3.10.22) 式中的 τ 和 ω 不能再理解为“时间常数”和“圆频率”。(3.10.22) 式的图形如图 3.10.7 中的曲线 II，为过阻尼暂态过程。

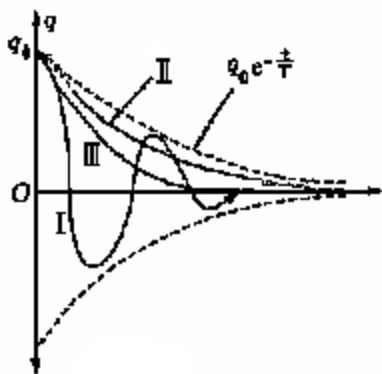


图 3.10.7

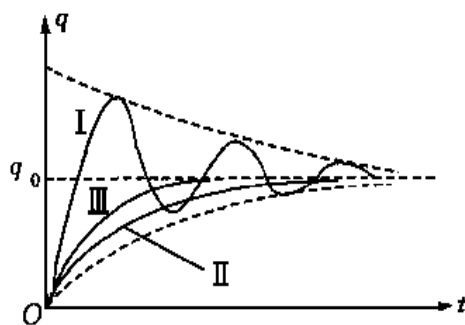


图 3.10.8

3) 当 $R^2 = 4L/C$ 时, 方程的解为

$$q(t) = CEe^{-\frac{t}{\tau}} \left(1 + \frac{t}{\tau}\right) \quad (3.10.24)$$

其曲线如图 3.10.7 中的 III。它是欠阻尼和过阻尼间的临界阻尼的暂态过程。此时的电阻值 $R = 2\sqrt{L/C} = R_{CP}$ 称为临界电阻。

RLC 串联电路的充电暂态过程可由图 3.10.6 中开关 K 从“2”转接到“1”来实现, 充电暂态过程的方程应为

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E \quad (3.10.25)$$

和放电过程相比, 其解仅差一个常数, 相应的三种充电暂态过程曲线如图 3-11-8 所示。

由上述讨论可知, RLC 电路在充、放电过程中究竟以三种可能的暂态过程中的哪一种暂态过程趋于稳定态, 完全由此电路具体的 R 和 $2\sqrt{L/C}$ 之值决定。

实验时, 观测 u_C , 用以代替 q 。

4. 观测暂态过程的方法 (以 RC 电路为例)

本实验所研究的电路, 其参数的暂态过程非常短暂, 用手扳开关 K 记停表时间和读电压表数值这样的普通操作方法是无法观测的, 因此这里采用的是“电子电路”法。其电路、仪器如图 3.10.9 所示。

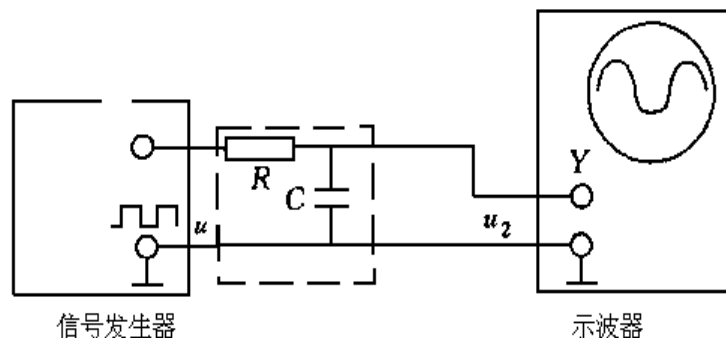


图 3.10.9

图中, R 和 C 串联构成待测电路。方波发生器输出方波信号电压 u_1 , 相当于图 3.9.2 中的 E 和周期性的转换开关 K ; $u_2(u_C)$ 的暂态过程波形由示波器显示出来。

图 3.9.10 是 u_1 、 u_2 的波形图。

现以 u_1 的第一个方波 (abcd) 为例来说明过程的实现。 u_1 包含着两个阶跃: 上升阶跃 ab, 它对应的时刻为 t_1 , t_2 为下降阶跃时刻 (cd)。在 u_1 上升阶跃的“作用”下, 产生了 u_2 的上升暂态过程, 此过程经历了 t_1 至 t_1' 时间, 这是电路的充电暂态过程。 t_1' 至 t_2 是电路的稳态期间。同样分析可得, t_2 至 t_2' 是电路的放电暂态过程, t_2' 至 t_3 是电路的稳态期间。

示波器不但能显示 u_1 、 u_2 波形, 而且能测出有关的时间间隔。

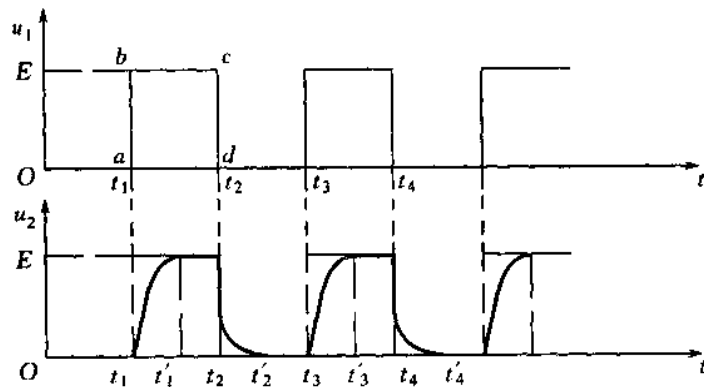


图 3.9.10

【实验内容与步骤】

1. 观察 RC 电路的 u_C 和 τ

(1) 如图 3.9.6 所示, 连接电路, 并把仪器调整到安全待测态, 包括:

- ① 信号源的“输出调节”旋钮旋至输出电压最小处;
- ② 示波器的“辉度”旋钮旋至最暗位置;
- ③ $R = 6000\Omega$, $C = 0.015\mu\text{F}$;

然后接通电源, 方波 $f=500\text{Hz}$, 幅度 $E=3\text{V}$ 。

(2) 用示波器观察 u_1 、 u_2 的波形图 (显示的方波个数以少为好)。将 u_1 接在 CH1 上, u_2 接在 CH2 上。

(3) 改变 R 、 C 至, 观察波形变化规律。

(4) 取合适的 R 、 C 值, 用最小二乘法测出 τ 值。要求把 R 、 C 值及其 τ 的理论值、实际值均按测量精度列于自行设计的记录表格中。

2. 观察 RL 电路的 u_R 并测 τ

L 是一个其值约为 0.1H 的自绕自感器, R 应在 $(6\sim9)\times 10^2\Omega$ 内取值。过程仿照内容 1。

3. 观测 RLC 串联电路的三种阻尼暂态过程

自己确定实验电路。

(1) 连接好电路, 并把仪器置于安全待测态。其中:

R 在 $2.0\times 10^2\Omega\sim 1.02\times 10^4\Omega$ 范围内取值, $C=0.015\mu\text{F}$, $L=0.1\text{H}$ 。然后接通电源。

(2) 粗略观察 R 在 $2.0\times 10^2\Omega\sim 1.02\times 10^4\Omega$ 内变化时, 其 u_C 的暂态过程随之变化的情况。然后调节出临界阻尼暂态过程, 按判断临界阻尼过程的精度, 记下临界电阻值 R_{CP} , 并与理论值 R_{Ct} 相比较。

(3) 测出 $R=200\Omega$, $C=0.015\mu\text{F}$, $L=0.1\text{H}$ 的欠阻尼振荡的周期 T_p , 并与其理论值 T_t 相比较。

测量振荡周期 T_p , 由示波器观察在方波的半个周期 $T/2$ 内衰减振荡的次数 N , 则振荡

$$\text{周期 } T_p = \frac{T}{2N}。$$

(4) 测出欠阻尼振荡的 τ_p , 并与理论值 τ_t 相比较。

在估算 T_t 和 τ_t 时, RLC 的总电阻

$$R_S = R + r_i + r_C + r_L$$

式中: $r_i = 1.4 \times 10^2 \Omega$ 为电源内阻, r_L 在 L 上已标出, r_C 可忽略。要求把以上观测的条件和结果科学地归纳, 列成表格, 并记录下来。

(5) 分别粗略观察 R 、 C 值的变化对欠阻尼振荡 u_C 波形的影响, 并理解之。

(6) 利用示波器的存储功能, 将所有实验波形记录下来并附在实验报告中。

【预习思考题】

1. 在 RC 电路中, 当 τ 比方波的半个周期大得很多或小得很多时候 (相差几十倍以上) 各有什么现象?

2. 在 RLC 的实验电路中, 在仅把 R 又 200Ω 逐步加至 $1.02 \times 10^4 \Omega$ 的过程中, u_C 暂态过程按顺序如何变换? 相应的波形是怎样的?

3. u_C 的临界阻尼暂态过程的波形, 与欠阻尼、过阻尼有何差异? 我们采用什么方法可使 u_C 逼近临界阻尼暂态过程?

4. 分别变化 R 、 C 值, 它对 RLC 电路的欠阻尼振荡的 ω 和 τ 各产生什么影响?

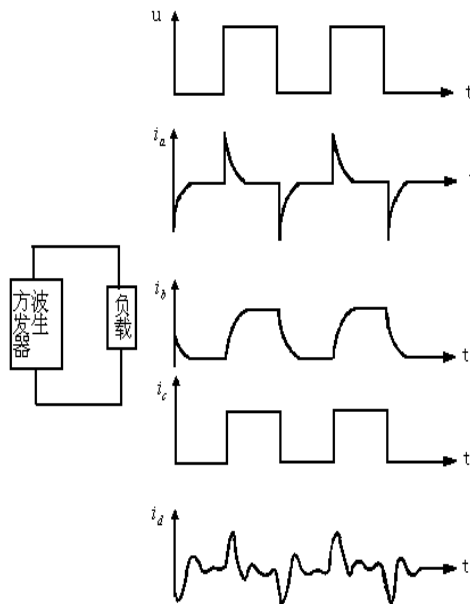


图 3.9.11

【课后习题】

1. (填空) 在一个直流电源供电, 只有 R 、 L 、 C 三元件任意组合的电路中, 如果电流的暂态出现低频振荡, 则电路中必然存在着_____ (元件), 该_____与_____共同产生_____振荡, 该振荡持续时间较长, 其_____的值一定很小。

2. 在图 3-11-11 所示的方波电路中, 若负载电路先后为四种情况, 其对应的波形为 i_a 、 i_b 、 i_c 、 i_d , 试分析这四种负载各对应是 R 、 L 、 C 中的哪一个或者哪两个、三个串联?