

用电流场模拟静电场

一. 知识准备

1. 关键词：模拟法，静电场，稳恒电流场，等位线，电力线；
2. 用模拟法测绘静电场分布的原理；
3. 高斯定律。

二. 实验目的

- 1、学习用模拟方法来测绘具有相同数学形式的物理场；
- 2、描绘出分布曲线及场量的分布特点；
- 3、加深对各物理场概念的理解；
- 4、初步学会用模拟法测量和研究二维静电场。

三、实验原理

（以模拟长同轴圆柱形电缆的静电场为例）

稳恒电流场与静电场是两种不同性质的场，但是它们两者在一定条件下具有相似的空间分布，即两种场遵守规律在形式上相似，都可以引入电位 U ，电场强度

$E = -\nabla U$ ，都遵守高斯定律。

对于静电场，电场强度在无源区域内满足以下积分关系

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \qquad \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

对于稳恒电流场，电流密度矢量 \vec{j} 在无源区域内也满足类似的积分关系

$$\oint_S \vec{j} \cdot d\vec{s} = 0 \qquad \oint_l \vec{j} \cdot d\vec{l} = 0$$

由此可见 \vec{E} 和 \vec{j} 在各自区域中满足同样的数学规律。在相同边界条件下，具有相同的解析解。因此，我们可以用稳恒电流场来模拟静电场。

在模拟的条件上，要保证电极形状一定，电极电位不变，空间介质均匀，在任何一个考察点，均应有“ $U_{\text{稳恒}} = U_{\text{静电}}$ ”或“ $E_{\text{稳恒}} = E_{\text{静电}}$ ”。下面具体本实验来讨论这种等效性。

1、同轴电缆及其静电场分布

如图 1（a）所示，在真空中有一半径为 r_a 的长圆柱形导体 A 和一内半径为 r_b 的长圆筒

形导体 **B**，它们同轴放置，分别带等量异号电荷。由高斯定理知，在垂直于轴线的任一截面 **S** 内，都有均匀分布的辐射状电场线，这是一个与坐标 **Z** 无关的二维场。在二维场中，电场强度 **E** 平行于 **xy** 平面，其等位面为一簇同轴圆柱面。因此只要研究 **S** 面上的电场分布即可。

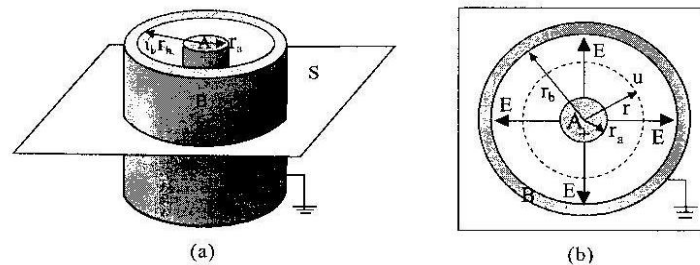


图 1 同轴电缆及其静电场分布

由静电场中的高斯定理可知，距轴线的距离为 r 处(见图 1b)各点电场强度为 $E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$

式中 λ 为柱面每单位长度的电荷量，其电位为

$$U_r = U_a - \int_{r_a}^r \vec{E} \cdot d\vec{r} = U_a - \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r}{r_a} \quad (1)$$

$$\text{设 } r=r_b \text{ 时, } U_b=0, \text{ 则有 } \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \quad (2)$$

$$\text{代入上式, 得 } U_r = U_a \frac{\ln \frac{r_b}{r}}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \quad (3)$$

$$E_r = -\frac{dU_r}{dr} = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \cdot \frac{1}{r} \quad (4)$$

2、同柱圆柱面电极间的电流分布

若上述圆柱形导体 **A** 与圆筒形导体 **B** 之间充满了电导率为 σ 的不良导体，**A**、**B** 与电流电源正负极相连接（见图 2），**A**、**B** 间将形成径向电流，建立稳恒电流场 E_r' ，可以证明在均匀的导体中的电场强度 E_r' 与原真空中的静电场 E_r 的分布规律是相似的。

取厚度为 t 的圆轴形同轴不良导体片为研究对象，设材料电阻率为 $\rho (\rho = 1/\sigma)$ ，则任意半径 r 到 $r+dr$ 的圆周间的电阻是

$$dR = \rho \cdot \frac{dr}{s} = \rho \cdot \frac{dr}{2\pi t} = \frac{\rho}{2\pi} \cdot \frac{dr}{r} \quad (5)$$

则半径为 r 到 r_b 之间的圆柱片的电阻为

$$R_{rb} = \frac{\rho}{2\pi} \int_r^{r_b} \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{r_b}{r} \quad (6)$$

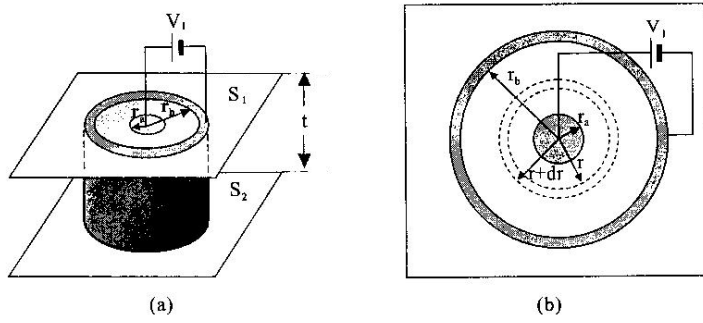


图2 同轴电缆的模拟模型

总电阻为（半径 r_a 到 r_b 之间圆柱片的电阻）

$$R_{r_a r_b} = \frac{\rho}{2\pi} \ln \frac{r_b}{r_a} \quad (7)$$

设 $U_b=0$, 则两圆柱面间所加电压为 U_a , 径向电流为

$$I = \frac{U_a}{R_{r_a r_b}} = \frac{2\pi U_a}{\rho \ln \frac{r_b}{r_a}} \quad (8)$$

距轴线 r 处的电位为


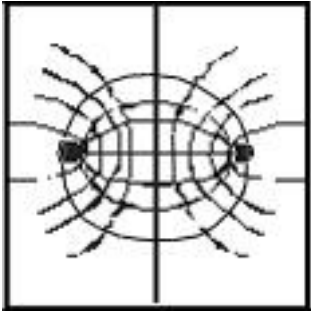
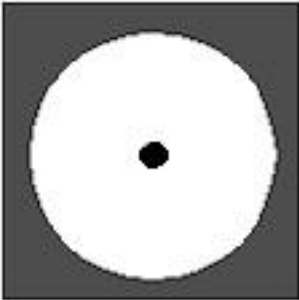

$$U'_r = IR_{rb} = U_a \frac{\ln \frac{r_b}{r}}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \quad (9)$$

则 E'_r 为

$$E'_r = -\frac{dU'_r}{dr} = \frac{U_a}{\ln \frac{r_b}{r_a}} \cdot \frac{1}{r} \quad (10)$$

由以上分析可见, U_r 与 U'_r , E_r 与 E'_r 的分布函数完全相同。为什么这两种场的分布相

同呢？我们可以从电荷产生场的观点加以分析。在导电质中没有电流通过的，其中任一体积元（宏观小、微观大、其内仍包含大量原子）内正负电荷数量相等，没有净电荷，呈电中性。当有电流通过时，单位时间内流入和流出该体积元内的正或负电荷数量相等，净电荷为零，仍然呈电中性。因而，整个导电质内有电场通过时也不存在净电荷。这就是说，真空中的静电场和有稳恒电流通过时导电质中的场都是由电极上的电荷产生的。事实上，真空中电极上的电荷是不动的，在有电流通过的导电质中，电极上的电荷一边流失，一边由电源补充，在动态平衡下保持电荷的数量不变。所以这两种情况下电场分布是相同的。图 3 给出了几种典型静电场的模拟电极形状及相应的电场分布。

极 型	模拟板型式	等位线、电力线理论图形
长 平 行 导 （ 线 输 电 线 ）		
长 同 轴 （ 圆 同 筒 ）		

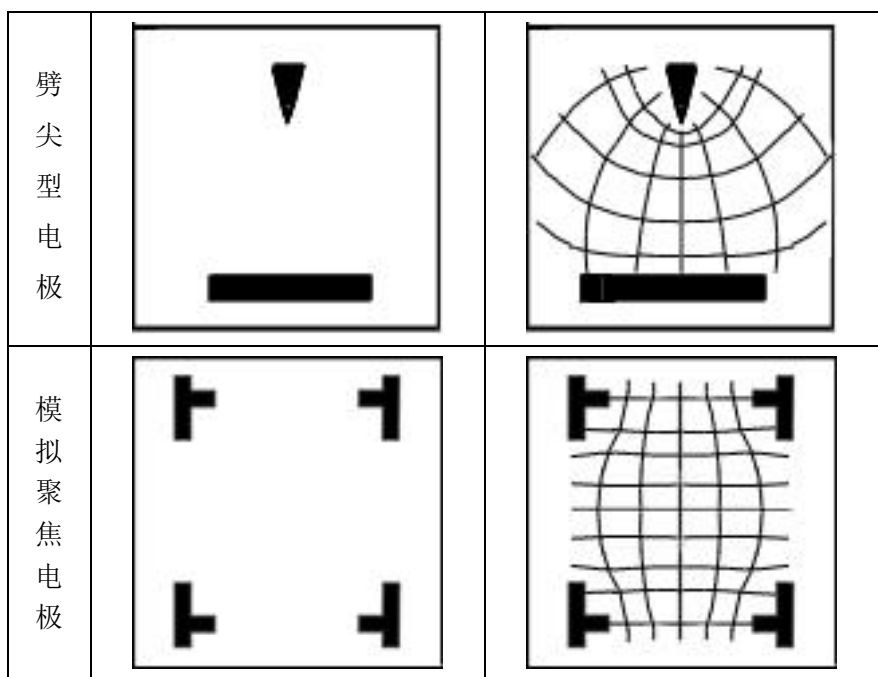


图3 几种典型静电场的模拟电极形状及相应的电场分布

四. 实验仪器:

GVZ-3 型静电场描绘实验仪（包括导电微晶、双层固定支架、同步探针等），支架采用双层式结构，上层放记录纸，下层放导电微晶。电极已直接制作在导电微晶上，并将电极引线接出到外接线柱上，电极间制作有导电率远小于电极且各向均匀的导电介质。接通直流电源（10V）就可以进行实验。在导电微晶和记录纸上方各有一探针，通过金属探针臂把两探针固定在同一手柄座上，两探针始终保持在同一铅垂线上。移动手柄座时，可保证两探针的运动轨迹是一样的。由导电微晶上方的探针找到待测点后，按一下记录纸上方的探针，在记录纸上留下一个对应的标记。移动同步探针在导电微晶上找出若干电位相同的点，由此即可描绘出等位线。

五. 实验内容

场强 E 在数值上等于电位梯度，方向指向电位降落的方向。考虑到 E 是矢量，而电位 U 是标量，从实验测量来讲，测定电位比测定场强容易实现，所以可先测绘等位线，然后根据电场线与等位线正交的原理，画出电场线。这样就可由等位线的间距确定电场线的疏密和指向，将抽象的电场形象的反映出来。

1、描绘同轴电缆的静电场分布

(1) 利用图 2 (b) 所示模拟模型, 将导电微晶上内外两电极分别与直流稳压电源的正负极相连接, 电压表正负极分别与同步探针及电源负极相连接, 电源电压调到 10V, 将记录纸铺在上层平板上, 从 1 V 开始, 平移同步探针, 用导电微晶上方的探针找到等位点后, 按一下记录纸上方的探针, 测出一系列等位点, 共测 9 条等位线, 每条等势线上找 10 个以上的点。以每条等位线上各点到原点的平均距离 \bar{r} 为半径画出等位线的同心圆簇。然后根据电场线与等位线正交原理, 再画出电场线, 并指出电场强度方向, 得到一张完整的电场分布图。在坐标纸上作出相对电位 U_R/U_a 和 $\ln \bar{r}$ 的关系曲线, 并与理论结果比较, 再根据曲线的性质说明等位线是以内电极中心为圆心的同心圆。

若测出内、外两圆柱形电极和半径 r_a 和 r_b , 可以在半对数坐标纸上把各等势 (位) 线的电势 (位) 与其半径的关系进行定量分析。

(2) 描绘一个劈尖电极和一个条形电极形成的静电场分布

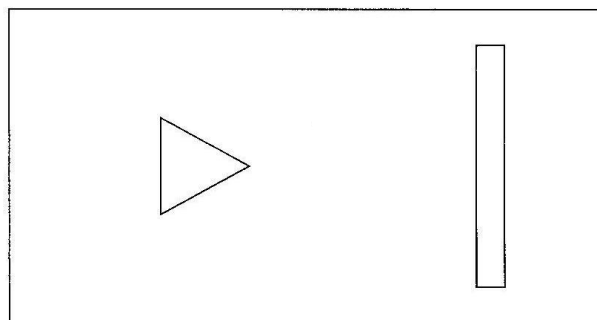


图 4 劈尖形电极

将电源电压调到 10V, 将记录纸铺在上层平板上, 从 1 V 开始, 平移同步探针, 用导电微晶上方的探针找到等位点后, 按一下记录纸上方的探针, 测出一系列等位点, 共测 9 条等位线, 每条等势线上找 10 个以上的点, 在电极端点附近应多找几个等位点。画出等位线, 再作出电场线, 做电场线时要注意: 电场线与等位线正交, 导体表面是等位面, 电场线垂直于导体表面, 电场线发自正电荷而中止于负电荷, 疏密要表示出场强的大小, 根据电极正、负画出电场线方向。

3、描绘模拟聚焦电极和长平行导线间的电场分布图。(方法与上面类似, 略。)

六. 思考题

- 1、根据测绘所得等位线和电力线分布, 分析哪些地方场强较强, 哪些地方场强较弱?
- 2、从实验结果能否说明电极的电导率远大于导电介质的电导率? 如不满足这条件会出现什么现象?
- 3、在描绘同轴电缆的等位线簇时, 如何正确确定圆形等位线簇的圆心, 如何正确描绘

圆形等位线？

4、由导电微晶与记录纸的同步测量记录，能否模拟出点电荷激发的电场或同心圆球壳型带电体激发的电场？为什么？

5、能否用稳恒电流场模拟稳定的温度场？为什么？

七. 附：实验仪器使用说明

1. 仪器简介

本仪器采用各向均匀导电的微晶导电板，在其上面安置一些不同的金属电极。当有直流电流经两个电极在导电板上通过时，由于微晶导电板相对于金属导体电导率低得多，故在两个电极间沿电流线会存在不同的电势，这种不同的电势可用数字电压表直接测出来。分析各测量点电势的变化规律，就可间接地得知相似的静电场中电势分布规律。

2. 使用方法

(1) 接线：

静电场专用稳压电源输出+（红）接线柱用红色电线连接描绘架（红）、-（黑）接线柱用黑色电线连接描绘架（黑）接线柱。专用稳压电源探针输入+（红色）接线柱用红色电线连接探针架连接线柱。将探针架好，并使探针下探头置于导电微晶电极上，启动开关，先校正，后测量。

(2) 测量：

开启测量开关，如数字显字为 0 V，则移动探针架至另一电极上，数字显 10 V，一般常用 10 V，便于运算。然后纵横移动探针架，则电源电压表头显示读数随着运动而变化。如要测 0 V~10 V 间的任何一条等势(位)线，一般可选 0 V~10 V 间某一电压数据相同的 8~10 个点，再将 these 点连成光滑的曲线即可得到此等势(位)线。

(3) 记录：

实验报告都需要记录，以备学生计算或验证，对模拟法作深刻研究，则需在描绘架上铺平白纸，用橡胶磁条吸住，当表头显示读数认为需要记录时，轻轻按一下，即能清晰记下小点，一般所需记录电压请参阅讲义或由任课教师定夺，为实验清晰快捷，每等位线 8~10 点，然后连接即可。