实验 3－10： ＲＬＣ电路的稳态特性

在交流电或电子电路的研究中，常需要通过电阻、电感、电容元件不同组合的电路，用来改变输入正弦信号和输出正弦信号之间的相位差，或构成放大电路、振荡电路、选频电路、滤波电路等，因此，研究 RLC 电路及其过程，在物理学、工程技术上都很有意义。本实验着重研究 RC、RL 和 RLC 电路的稳态特性。

实验目的

1、通过观测、分析 RLC 串联电路中的相频和幅频特性,以便理解和具体应用此特性。

2、进一步学习使用双踪示波器进行相位差的测量。

实验仪器

正弦信号发生器，真空管毫伏表 GB-9，CS-4125 双综示波器，R,L,C

实验原理

描述任何一个正弦交流量，都可以由三个参数确定。这三个参数是振幅、频率（或角频率或周期，它们之间的关系为 $\omega=\dfrac{2\pi}{T}=2\pi f$ ）以及相位。例如

交变电动势 $e(t)=E\cos(\omega t+\varphi_e)$

交变电压 $v(t)=V\cos(\omega t+\varphi_V)$

交变电流 $i(t)=I\cos(\omega t+\varphi_i)$

E、V、I 分别为交流电动势、电压和电流的峰值。在实际应用中，几乎所有的交流电表都是按正弦信号的有效值来标度的。正弦交流电的有效值与峰值之间的关系为：有效值等于峰值的 $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，例如 $V_{有效}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}V$，$\omega t+\varphi$ 称为相位，φ 称为初相位。正弦电压、电流之间除了存在量值大小不同之外，还存在着相位差。所以与直流电路不同，在交流电路中，电压、电流峰值（或有效值）之比，称为阻抗

$$Z=\frac{V}{I}=\frac{V_{有效}}{I_{有效}}$$

另一个是二者相位之差 $\varphi=\varphi_V-\varphi_i$

Z 和 φ 两个量就代表着元件本身的特性。

对电阻元件，阻抗 Z_R=R，φ=0，说明电阻上电压与电流同相位，其阻抗 Z_R 就是电阻值 R。

对电容元件，容抗 $Z_C=\frac{1}{\omega C}$，$\varphi=-\frac{\pi}{2}$，说明容抗是与频率和电容器的容量成反比的，频率越高、电容器的容量越大，则容抗越小。在电容器上，电压的相位落后电流相位 $\frac{\pi}{2}$。

对电感元件，感抗 $Z_L=\omega L$，$\varphi=\frac{\pi}{2}$，说明感抗是随频率线性增长的，并正比于电感 L，在电感上，电压的相位超前电流相位 $\frac{\pi}{2}$。

以上分析说明，电容、电感的元件特性均与频率有关，且具有相反的性质，而电阻介于两者之间。本实验主要研究 RC 和 RL 串联电路中电压值随频率变化的规律（称幅频特性），电压与电流间的相位差随频率变化的规律（称相频特性）以及 RLC 串联电路的相频特性。

1、RC 串联电路的幅频特性和相频特性

RC 串联电路如图 3-10-1（a）所示，由于交流电路中的电压和电流不仅有大小变化而且还有相位差别，因此常用复数或矢量法来研究，由复电压（$\tilde{U}$）与复电流（$\tilde{I}$）之比得到的阻抗也是复数即复阻抗（Z）。RC 电路的复阻抗为

$$z=R-j\frac{1}{C\omega}=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}\,e^{-\frac{1}{C\omega R}j} \qquad (3\text{-}10\text{-}1)$$

其阻抗幅值为

$$|z|=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \qquad (3\text{-}10\text{-}2)$$

由于电阻值和频率无关，电阻两端电压与电流同相位，若用矢量求解法则应以电流为参考矢量，作 U_R、U_C 及其合成的总电压 U 的矢量图，如图 3-10-1（b）所示。

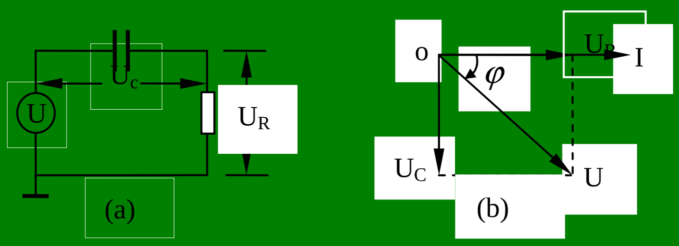


图 3-10-1　RC 串联电路、相位图

总电压

$$U=\sqrt{U_R^{\ 2}+U_C^{\ 2}}=I\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2} \tag{3-10-3}$$

U 落后于 I 的相位

$$\varphi=arctg^{-1}\frac{1}{C\omega R} \tag{3-10-4}$$

R 两端电压

$$U_R=U\cos\varphi=\frac{UR}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}=\frac{URC\omega}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \tag{3-10-5}$$

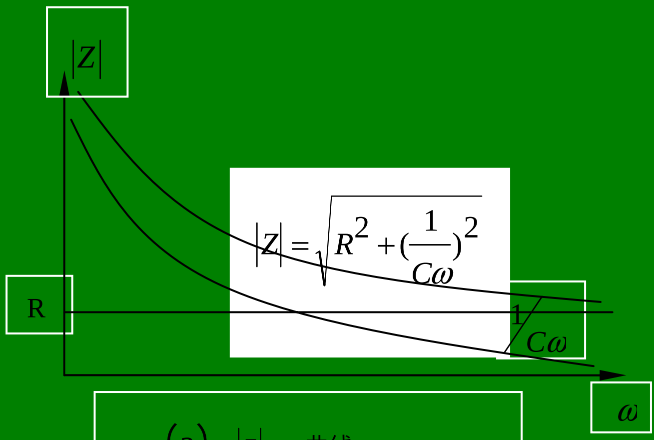
C 两端电压

$$U_C=U\sin\varphi=\frac{U}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \tag{3-10-6}$$

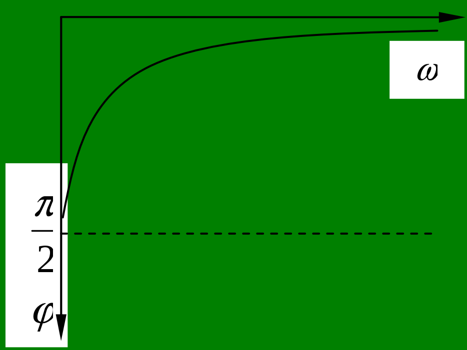
根据（3-10-2）式可画出$|Z|-\omega$曲线，如图 3-10-2（a）所示，当$\omega\to 0$时，$|Z_R|=R$，$|Z_C|\to\infty,|Z|\to\infty$；当$\omega\to\infty$时，$|Z_R|=R,|Z_C|=\frac{1}{C\omega}\to 0,|Z|\to R$，综上可知：

（1）总阻抗在低频时趋于无穷大，在高频时趋于 R 值，反映了电容具有“高频短路、低频开路”的性质。

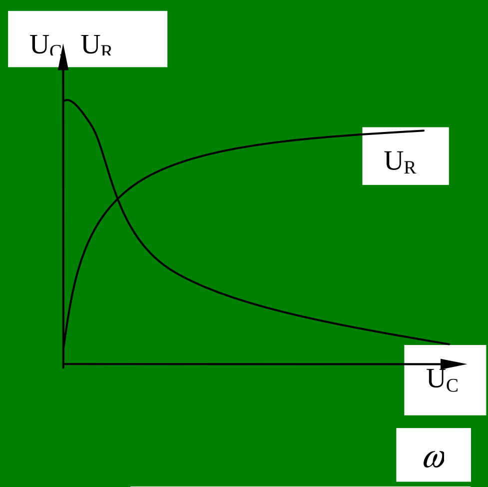
（2）根据（3-10-4）式可画出$\varphi-\omega$曲线，如图 3-10-2（b）所示，φ表示 RC 串联电路中的总电压落后于电流的相位，φ随ω的增加逐渐趋于零，随ω减小逐渐趋于$-\frac{\pi}{2}$，利用相频特性可组成各种相移电路。



(a) $|Z| - \omega$曲线



(b) $\varphi - \omega$曲线



(c) $U_R, U_C - \omega$曲线

图 3-10-2　RC 串联电路幅频和相频曲线图

（3）若总电压 U 保持不变，根据（3-10-5）、（3-10-6）式可画出U_C、$U_R - \omega$曲线，即幅频特性曲线，如图 3-10-2（c）所示，U_C与U_R随ω的变化正好相反，由（3-10-6）式可知，在低频时总电压主要降落在电容器两端，高频时总电压主

要降落在电阻两端，利用幅频特性可把各种频率分开，组成各种滤波电路。

2、RL 串联电路的幅频特性和相频特性

RL 电路如图 3-10-3（a）所示

复阻抗 $$Z = R + jL\omega = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}\, e^{j\frac{L\omega}{R}} \tag{3-10-7}$$

阻抗幅值 $$|Z| = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2} \tag{3-10-8}$$

总电压 $$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = I\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$$

从矢量图解（如图 3-10-3（b）所示）可看出，总电压 U 超前于 I，

相位差 $$\varphi = arctg\frac{L\omega}{R} \tag{3-10-9}$$

R 两端电压 $$U_R = U\cos\varphi = \frac{UR}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \tag{3-10-10}$$

L 两端电压 $$U_L = U\sin\varphi = \frac{UL\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} \tag{3-10-11}$$

综上可知：

（1）RL 串联电路的阻抗随频率增加而增加，反之减小。

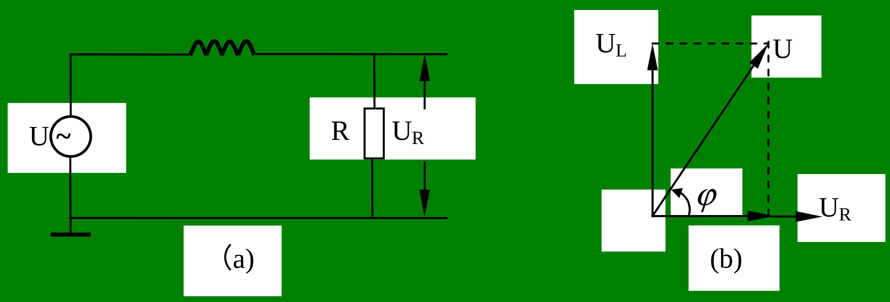


图 3-10-3　　RL 串联电路图

（2）根据（3-10-9）式，说明总电压的相位始终超前于电流的相位，相位差随频率的增加而逐渐增加，高频时相位差趋近于 $+\frac{\pi}{2}$，同样利用 RL 的相频特性的也可以构成各种相移电路，见图 3-10-4

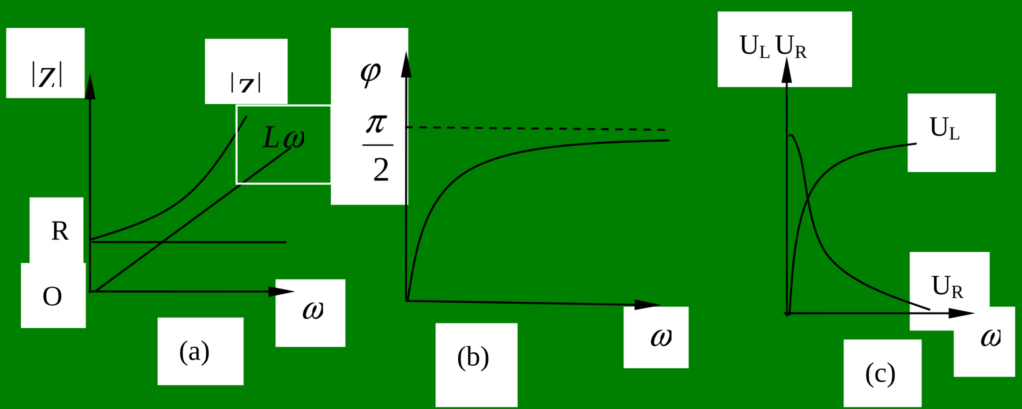


图 3-10-4　　RL 串联电路的幅频、相频特性曲线图

（3）若总电压维持不变，U_L 与 U_R 随ω的变化趋势正好相反，低频时电压主要降落在电阻两端，高频时电压主要降落在电感两端，这说明电感具有“高频开路，低频短路”的性质，利用 RL 幅频特性也可组成各种滤波器。

3、RLC 串联电路的相频特性

RLC 串联电路如图 3-10-5 所示。

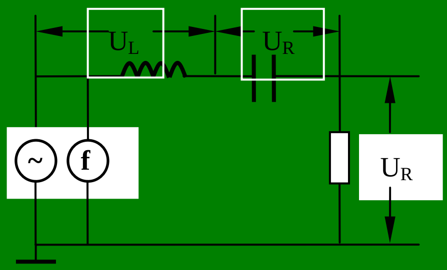


图 3-10-5　RLC 串联电路图

复阻抗
$$Z = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}\, e^{j\varphi}$$

$$\varphi = arctg\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} \qquad (3\text{-}10\text{-}12)$$

现分下列三种情况讨论：

（1）当 $\omega L = \frac{1}{C\omega}$ 时，$\varphi = 0$，总电压与电流同相位，电路中阻抗最小，呈纯电阻，此时电路中电流达到最大值，称为串联谐振现象，谐振频率为

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \qquad (3\text{-}10\text{-}13)$$

（2）当 $\omega L - \frac{1}{C\omega} > 0$，电路呈电感性，$\varphi > 0$，表示总电压的相位超前于电流的相位，随$\omega$增大$\varphi$趋于$\frac{\pi}{2}$。

（3）当 $\omega L - \frac{1}{C\omega} < 0$，电路呈电容性，$\varphi < 0$，表示总电压的相位落后于电流的相位，随$\omega$减小$\varphi$趋于$-\frac{\pi}{2}$。三种情况矢量图解如图 3-10-6（a）、（b）、（c）所示。

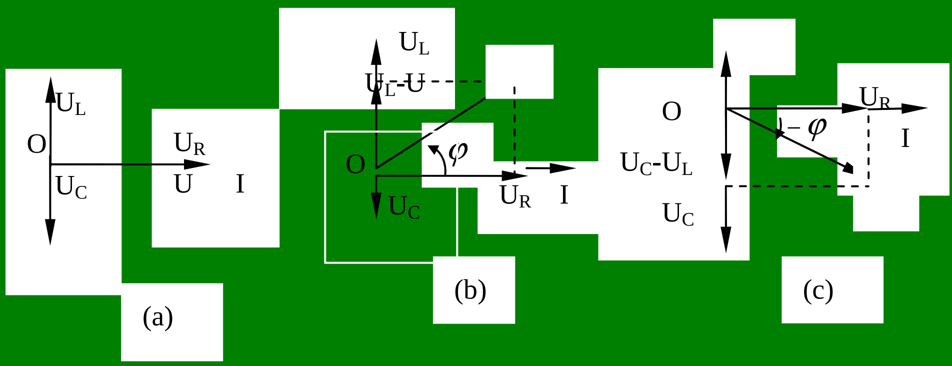


图 3-10-6　RLC 串联电路矢量图

$$tg\varphi = \frac{L\omega - \dfrac{1}{C\omega}}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}(\sqrt{LC}\omega - \frac{1}{\sqrt{LC}\omega})$$

$$= \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) \qquad (\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}})$$

令 $Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$，即为 RLC 串联电路的品质因数。则

$$tg\varphi = Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}) = Q(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f}) \qquad (3\text{-}10\text{-}14)$$

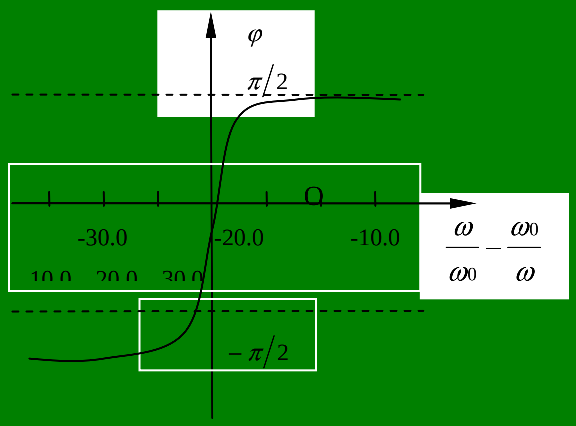
上式表示如以 $(\frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f})$ 为自变量 x，以 $tg\varphi$ 为应变量 y，则函数 $y = Qx$ 为一斜率为 Q，通过原点的直线，而

$$\varphi = arctg[Q(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})]$$

φ 随 $(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega})$ 的变化曲线如图 3-10-7 所示。

4、幅频特性的测试方法

这是研究回路电流 I 与频率 f 的关系，以 RC 串联电路为例，如图 3-10-8，S 为低频信号发生器，R 为可变电阻箱，C 为可变电容箱，V 为交流毫伏表，K 为单刀双掷开关，f 为数字频率计。



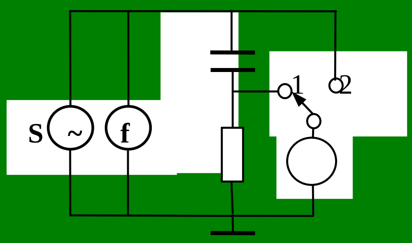


图 3-10-7　RLC 串联电路的相频曲线图　　图 3-10-8　RC 幅频测试电路图

当开关接到"2"时，交流电压表测量 S 的输出电压有效值，调节 S 的输出幅度，保持在各种频率测量时，U 严格恒定。当开关接到"1"时，交流电压表测量的是 R 两端的电压U_R。取不同的频率值，U 保持不变，测出各种频率时的U_R值，并算出 I 值。取 f 为横坐标，I 或U_R为纵坐标，就可绘出 RC 电路的电流或电阻两端电压与频率的特性曲线，简称 RC 电路的电流幅频特性曲线。

如果要测 RC 电路中电容两端的电压与频率之间的关系，可将图 3-10-8 中 R 与 C 的位置相互对换进行类似上面的测量。

5、相频特性的测试方法

这是研究回路电压 U 对回路电流 I 的相位和频率的关系，由于电阻 R 两端电压U_R和通过的电流 I 的相位总相同，因而可以用U_R代替 I 去和 U 比较相位。

（1）用双踪示波器去比较测量

若要测量 RC 电路中回路电压对回路电流的相位和频率的关系，可按图 3-10-9 的测量电路接线。双踪示波器的两个信号输入端Y_A、Y_B分别与电阻 R 和信号发生器 S 的输出端相连，此外为了使示波器的水平扫描完全与Y_A、Y_B信号同步来测量两信号的相位差，S 输出还要与示波器的"外触发"端钮相连，并且将"触发"选择旋钮转到"外"的位置。选择开关用来对示波器工作状态进行选择，当指示"交替"时，表示双踪的工作状态是在一个扫描时间内Y_A与Y_B通过的信号交替通过电子交换器，在荧光屏上同时显出两个波形，如图 3-10-10（a）所示。当指

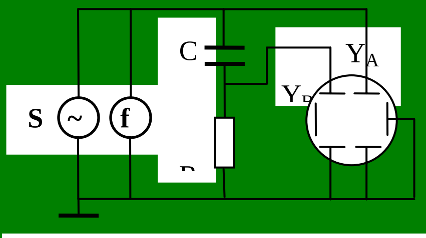


图 3.10-9　相位差与频率关系测量

示“断续”时，在一个扫描时间内Y_A、Y_B信号分别通过电子交换器 n 次，因此在示波器荧光屏上显示两个断续光点的波形，通常适用于测量低频信号，如图 3-10-10（b）所示。调节二波形的竖直位置使 x 轴重合，参照图 3-10-10（a）测量 T 及Δt的

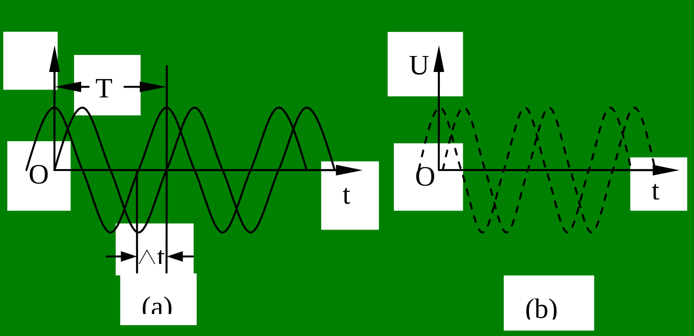


图 3-10-10　U_R U 的波形图

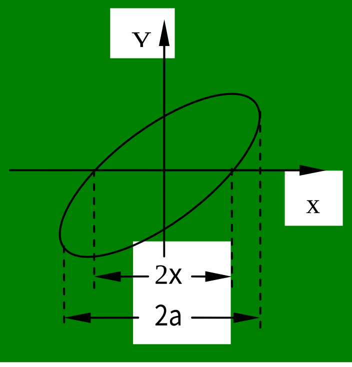


图 3-10--11　U_R U 的合成图

对应格数$n(T)$及$n(\Delta t)$，则相位差$\Delta\varphi$（以弧度为单位）为

$$\varphi = 2\pi \times n(\Delta t) / n(T)$$

根据上面的方法，可选不同频率的正弦波输出，测得对应的相位差，以频率 f 为横坐标，相位差$\Delta\varphi$为纵坐标，就可画出 RC 电路的电流与外加电压 U 之间相位差和频率的关系曲线，简称相频曲线。

如果图 3-10-9 中的电容器改用电感线圈 L，就可用来测量 RL 电路的相频特性。如果在 C 和 R 中间再串一只线圈 L，就可用来测量 RLC 电路的相频特性，这里指的相频是总电压和电路中的电流之间的相位差和频率的关系。

（2）用通用示波器去比较测量

将U_R和 U 分别接到示波器的 X、Y 输入端，扫描旋钮选择调离扫描档，则显示如图 3-10-11 的椭圆，参照此图测量 2a 和 2x 对应的格数n_a、n_x，则相位差

$$\varphi = \arcsin(\frac{n_x}{n_a}) \qquad (3\text{-}10\text{-}15)$$

测量不同频率的$\Delta\varphi$值，作$\Delta\varphi - f$曲线。

实验内容

1、测作 RC 串联电路幅频、相频曲线。参照图 3-10-8 接电路，取

$R=200.0\Omega, C=0.4700\mu F$，在测量不同 f 的$U_R$时，必须使 U 值保持恒定（例如取 U=1.00V），频率 f 从 500，1200，1700，2000，3000，5000Hz 之间变化。记录下各个频率下对应的 U_R，U_C,以及李萨如图形中的 $2x_0$,2x 的大小。作$I-f$幅频特性曲线或U_R-f曲线。按照同样方法测量和描绘U_c-f特性曲线。表格如下：

f (Hz)	500	1200	1700	2000	3000	5000
U_R(V)						
U_C(V)						
$\frac{2x_0(cm)}{2x(cm)}$						
φ(度)						

2、测作 RL 串联电路幅频、相频曲线

测量U_L-f特性曲线，取$L=0.100H, R=1000.0\Omega$，电路自行设计。

5、测作 RLC 串联电路幅频、相频曲线

参照图 3-10-9 在电容器 C 的下面串接一电感。测量分 2 步进行：

第一步：用李萨如图形找出谐振频率（提示：当出现直线李萨如图时）.

第二步：在 f 分别取 350，600，700，780，900，1500Hz 的条件下，测出相应的φ

注意，凡是$U_{总}$超前U_R，φ取“+”，相反则取“-”。根据测量值以$(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f})$为自变量 x，作$\varphi-(\frac{f}{f_0}-\frac{f_0}{f})$曲线图。

思考题

1、测定两正弦波的相位差（$U_{总}$与U_R）与示波器的 X 轴扫描速率有何关系？

2、在 RC 串联电路中如何测量U_C和 I 的相位差，试画出线路图，并加以说明。

3、在比较两正弦波的相位差时，它们的零电势线是否要一致？

4、如何判断 RLC 串联电路中 U 和 I 之间的相位差是超前还是落后？又怎样确定电路是呈电感性还是呈电容性？

5、试设计频率为 1000Hz，$U_{总}$与 I 的相移为 45°的相移器，并画出测试电路图。

6. 如何理解电容具有“低频开路，高频短路”、电感具有“低频短路，高频开路”的意义

7. 试分析在 R L 串联的稳态特性实验中，若电源频率取较低值时测量结果与理论值偏差较大的原因

[附录]

表 3-10-1　电路元件的阻抗

电路元件	$Z=R+jX=\|Z\|e^{j\phi}(\Omega)$			
	R	jX	$\|Z\|$	ϕ
R	R	0	R	0
L	0	$j\omega L=jX_L$	ωL	$\frac{\pi}{2}$
C	0	$\frac{1}{jC\omega}=-jX_C$	$\frac{1}{C\omega}$	$-\frac{\pi}{2}$

表 3-10-2　串联电路的阻抗

电　路种类	$Z=R+jX(\Omega)$	$\|Z\|=\sqrt{R^2+X^2}(\Omega)$	$\phi=\tan^{-1}(\frac{X}{R})(rad)$
R_1，R_2	R_1+R_2	R_1+R_2	0
L_1，L_2	$j\omega(L_1+L_2)$	$\omega(L_1+L_2)$	$\frac{\pi}{2}$
C_1，C_2	$-j\frac{1}{\omega}(\frac{C_1+C_2}{C_1\times C_2})$	$\frac{1}{\omega}(\frac{C_1+C_2}{C_1\times C_2})$	$-\frac{\pi}{2}$
R，L	$R+j\omega L$	$\sqrt{R^2+\omega^2L^2}$	$\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$
R，C	$R-j\frac{1}{C\omega}$	$\sqrt{\frac{\omega^2C^2R^2+1}{\omega^2C^2}}$	$-\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}$
L，C	$j(\omega L-\frac{1}{C\omega})$	$\left\|\omega L-\frac{1}{C\omega}\right\|$	$\pm\frac{\pi}{2}$

R，L，C	$R+j(\omega L-\frac{1}{C\omega})$	$\sqrt{R^2+(\omega L-\frac{1}{C\omega})^2}$	$\tan^{-1}(\frac{\omega L-\frac{1}{C\omega}}{R})$